



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

**Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Республики Крым  
«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»  
(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)**

**Кафедра математики и физики**

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

Э.А. Ваниева

20 марта 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Д.Д. Гельфанова

20 марта 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.О.07 «Математический анализ»**

направление подготовки 38.03.01 Экономика  
профиль подготовки «Бухгалтерский учет, анализ и аudit»

факультет экономики, менеджмента и информационных технологий

Симферополь, 2024

Рабочая программа дисциплины Б1.О.07 «Математический анализ» для бакалавров направления подготовки 38.03.01 Экономика. Профиль «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» составлена на основании ФГОС ВО, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12.08.2020 № 954.

Составитель  
рабочей программы \_\_\_\_\_ Д.Д. Гельфanova  
подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и физики  
от 15 февраля 2024 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Д.Д. Гельфanova  
подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании УМК факультета экономики, менеджмента и информационных технологий  
от 20 марта 2024 г., протокол № 7

Председатель УМК \_\_\_\_\_ К.М. Османов  
подпись

## **1.Рабочая программа дисциплины Б1.О.07 «Математический анализ» для бакалавриата направления подготовки 38.03.01 Экономика, профиль подготовки «Бухгалтерский учет, анализ и аудит».**

### **2.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

#### **2.1. Цель и задачи изучения дисциплины (модуля)**

##### **Цель дисциплины (модуля):**

- освоение основных методов математического анализа, необходимых для изучения общетеоретических и специальных дисциплин; развитие логического и алгоритмического мышления; повышение общей математической культуры; формирование навыков формализации моделей реальных процессов; анализа систем, процессов и явлений при поиске оптимальных решений и выборе наилучших способов реализации этих решений; выработка исследовательских навыков и умений самостоятельного анализа прикладных задач.

##### **Учебные задачи дисциплины (модуля):**

- формирование необходимого уровня фундаментальной математической подготовки обучающихся;
- ориентация обучающихся на использование методов математического анализа при решении прикладных задач;
- обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования процессов, явлений, устройств.

#### **2.2. Планируемые результаты освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины Б1.О.07 «Математический анализ» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

ОПК-2 - Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;

В результате изучения дисциплины студент должен:

##### **Знать:**

- основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, УК-1.4, УК-1.5);
- основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОПК 2.1);
- основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых, функциональных, степенных рядов (ОПК 2.1);

- методы асимптотического и экстремального анализа функций и последовательностей, методы поиска интегралов и производных (ОПК 2.1);
  
- теоретические основы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами и исследования вопросов устойчивости (ОПК 2.1);

**Уметь:**

- применять методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений для решения экономических и управлеченческих задач (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, УК-1.4, УК-1.5);
- строить математические модели основных систем и процессов в экономике и управлении (ОПК 2.1);
- решать задачи, формулируемые в разных разделах математического анализа и теории дифференциальных уравнений, и оценивать точность получаемых решений (ОПК 2.1);
- пользоваться современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора учебных задач (ОПК 2.1);

**Владеть:**

- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управлеченческих задач (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, УК-1.4, УК-1.5);
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов (ОПК 2.1);
- техниками суммирования членов ряда, поиска экстремума, поиска асимптот, поиска интегралов и производных, решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОПК 2.1).

### **3. Место дисциплины в структуре ОПОП.**

Дисциплина Б1.О.07 «Математический анализ» относится к дисциплинам обязательной части учебного плана.

### **4. Объем дисциплины (модуля)**

(в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся)

Семестр	Общее кол-во часов	кол-во зач. единиц	Контактные часы							СР	Контроль (время на контроль)
			Всего	лек	лаб. зан.	практическое зан.	сем. зан.	ИЗ			
1	108	3	34	16		18			74		За
Итого по ОФО	108	3	34	16		18			74		

**5. Содержание дисциплины (модуля) (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий)**

Наименование тем (разделов, модулей)	Количество часов												Форма текущего контроля		
	очная форма							заочная форма							
	Всего	в том числе						Всего	в том числе						
		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Интегральное исчисление функции одной переменной. Дифференциальное исчисление функций многих переменных (ФМП). Кратные интегралы. Числовые и функциональные ряды.</b>															
Тема 1. Множества и операции над ними. Функции	6	1		1			4							контрольная работа	
Тема 2. Последовательности и их предел. Предел функции	6	1		1			4							контрольная работа	
Тема 3. Понятие непрерывной функции. Понятие производной функции и дифференциала	6	1		1			4							контрольная работа	
Тема 4. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора. Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной	10	1		1			8							контрольная работа	
Тема 5. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл	10	1		1			8							контрольная работа	

Тема 6. Несобственный интеграл	8	1		1			6								контрольная работа
Тема 7. Множества и функции в n-мерном метрическом пространстве. Предел и непрерывность ФМП	12	2		2			8								контрольная работа
Тема 8. Дифференцируемые ФМП. Частные производные и дифференциалы высших порядков ФМП. Формула Тейлора	12	2		2			8								контрольная работа
Тема 9. Неявно заданные ФМП и отображения. Задачи на условный экстремум	12	2		2			8								контрольная работа
Тема 10. Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве. Кратные интегралы	12	2		2			8								контрольная работа
Тема 11. Числовые ряды. Функциональные ряды	14	2		4			8								контрольная работа
Всего часов за 1 семестр	108	16		18			74								
Форма промеж. контроля	Зачет														
Всего часов дисциплине	108	16		18			74								
часов на контроль															

## 5. 1. Тематический план лекций

№ лекц	Тема занятия и вопросы лекции	Форма прове- дения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	Тема 1. Множества и операции над ними. Функции	Акт.	1	

	<p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Множества и операции над ними      Числовые множества. Числовая прямая      Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств. Понятие о мощности множества      Отображения (функции). Композиция отображений. Обратная функция      Числовые функции одной действительной переменной      Экономические примеры функций</p>		
2.	<p>Тема 2. Последовательности и их предел.</p> <p>Предел функции</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Числовые последовательности.      Арифметические и геометрические прогрессии      Монотонные последовательности.      Экономические примеры      Предел последовательности. Свойства предела последовательности. Число <math>e</math>      Предел функции. Односторонние пределы      Свойства пределов функций. Замечательные пределы      Эквивалентность функций. Экономические примеры</p>	Акт.	1
3.	<p>Тема 3. Понятие непрерывной функции.</p> <p>Понятие производной функции и дифференциала</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Непрерывность функции. Точки разрыва функции      Локальные свойства непрерывных функций.      Функции непрерывные на множестве      Непрерывность элементарных функций.      Экономические примеры      Определение производной функции. Правила вычисления производных      Производные функций заданных параметрических и заданных неявно. Понятие дифференцируемой функции и дифференциала</p>	Акт.	1

	Теоремы о среднем для дифференцируемых функций. Правило Лопитала раскрытия неопределенностей			
4.	<p>Тема 4. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора. Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора Многочлены Маклорена основных элементарных функций Исследование функций с помощью производных. Исследование функций на экстремум Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба Достаточное условие выпуклости, достаточное условие точек перегиба Экономические примеры</p>	Акт.	1	
5.	<p>Тема 5. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции. Основные методы интегрирования Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций Интегрирование некоторых классов иррациональных функций. Определенный интеграл. Свойства определенных функций Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла. Приложения определенного интеграла</p>	Акт.	1	
6.	<p>Тема 6. Несобственный интеграл</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Несобственные интегралы</p>	Акт.	1	

	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования Несобственные интегралы от неограниченной функции Признаки сходимости Интегралы, зависящие от параметров			
7.	Тема 7. Множества и функции в $n$ -мерном метрическом пространстве. Предел и непрерывность ФМП <i>Основные вопросы:</i> Множество $n$ -мерных строк $R^n$ . Последовательности точек в $R^n$ и их пределы Числовые функции многих переменных (ФМП). Линии и поверхности уровня ФМП Предел ФМП. Предел ФМП по направлению Непрерывные ФМП. Локальные свойства непрерывных функций Свойства функций непрерывных на компактном множестве Экономические примеры	Акт.	2	
8.	Тема 8. Дифференцируемые ФМП. Частные производные и дифференциалы высших порядков ФМП. Формула Тейлора <i>Основные вопросы:</i> Частные производные ФМП. Дифференцируемость ФМП Дифференциалы первого порядка ФМП. Производная по направлению Градиент. Необходимое условие экстремума ФМП Частные производные высших порядков ФМП. Дифференциалы высших порядков Формула Тейлора ФМП. Достаточные условия экстремума ФМП Экономические примеры. Метод наименьших квадратов	Акт.	2	
9.	Тема 9. Неявно заданные ФМП и отображения. Задачи на условный экстремум <i>Основные вопросы:</i>	Акт.	2	

	<p>Неявные функции задаваемые одним уравнением. Неявные функции задаваемые системой уравнениями</p> <p>Условия зависимости системы функций.</p> <p>Однородные функции</p> <p>Экономические примеры.</p> <p>Задачи на условный экстремум для ФМП.</p> <p>Метод подстановки решения задачи на условный экстремум</p> <p>Метод множителей Лагранжа. Достаточные условия существования условного экстремума</p> <p>Нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функций на компакте</p>			
10.	<p>Тема 10. Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве. Кратные интегралы</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Элементы выпуклого анализа. Экстремальные свойства выпуклых функций</p> <p>Условия Куна-Таккера. Экономические примеры</p> <p>Кратные интегралы. Свойства кратных интегралов</p> <p>Вычисление кратных интегралов с помощью повторных.</p> <p>Замена переменных в кратном интеграле</p>	Акт.	2	
11.	<p>Тема 11. Числовые ряды. Функциональные ряды</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов</p> <p>Абсолютная и условная сходимость рядов.</p> <p>Знакочередующиеся ряды</p> <p>Экономические примеры. Функциональные последовательности и ряды</p> <p>Равномерная сходимость функциональных рядов. Степенные ряды</p> <p>Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора</p> <p>Приложение к приближенным вычислениям</p>	Акт.	2	
	<b>Итого</b>			

## 5. 2. Темы практических занятий

№ занятия	Наименование практического занятия	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	<b>Тема 1. Множества и операции над ними. Функции</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	1	
2.	<b>Тема 2. Последовательности и их предел. Предел функции</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	1	
3.	<b>Тема 3. Понятие непрерывной функции. Понятие производной функции и дифференциала</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	1	
4.	<b>Тема 4. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора. Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной.</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	1	
5.	<b>Тема 5. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	1	
6.	<b>Тема 6. Несобственный интеграл</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	1	
7.	<b>Тема 7. Множества и функции в n-мерном метрическом пространстве. Предел и непрерывность ФМП</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	2	
8.	<b>Тема 8. Дифференцируемые ФМП. Частные производные и дифференциалы высших порядков ФМП. Формула Тейлора</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	2	

9.	<b>Тема 9. Неявно заданные ФМП и отображения. Задачи на условный экстремум</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	2	
10.	<b>Тема 10. Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве. Кратные интегралы</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	2	
11.	<b>Тема 11. Числовые ряды. Функциональные ряды</b> <i>Основные вопросы:</i> Решение задач	Акт.	4	

**5. 3. Темы семинарских занятий**

(не предусмотрены учебным планом)

**5. 4. Перечень лабораторных работ**

(не предусмотрено учебным планом)

**5. 5. Темы индивидуальных занятий**

(не предусмотрено учебным планом)

## **6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа по данной дисциплине включает такие формы работы как: работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к зачету.

### **6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю)**

№	Наименование тем и вопросы, выносимые на самостоятельную работу	Форма СР	Кол-во часов	
			ОФО	ЗФО
1	<p>Тема 1. Множества и операции над ними. Функции</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Множества и операции над ними (объединение, пересечение, разность).</p> <p>Объединение и пересечение множеств.</p> <p>Основные тождества алгебры множеств.</p> <p>Понятие о числовых множествах.</p> <p>Упорядоченные пары и декартово произведение множеств. Множество <math>N</math> натуральных чисел. Числовые множества <math>Z</math> и <math>Q</math>. Множество <math>R</math> действительных чисел.</p> <p>Аксиома непрерывности (полноты).</p> <p>Числовая прямая. Отрезки, интервалы и другие промежутки числовой прямой.</p> <p>Окрестности. Длина отрезка на числовой прямой. Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств.</p> <p>Принципы супремума и инфимума.</p> <p>Соответствия и отображения (функции).</p> <p>Способы задания функций. Образы и прообразы точек и множеств при заданном отображении. Композиция функций.</p> <p>Обратимость функции и обратная функция.</p> <p>Сюръекция, инъекция, биекция.</p>	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе	4	

	Числовые функции одной действительной переменной. Четные, нечетные, периодические функции. Области возрастания и убывания, экстремумы. Монотонные и ограниченные функции. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Область определения. Множество значений. Многочлены. Деление многочленов. Разложение многочленов на множители. Рациональные функции и простые дроби. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.		
2	<p>Тема 2. Последовательности и их предел. Предел функции</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Последовательности как функции, определенные на множестве натуральных чисел или его начальном отрезке. Числовые последовательности. Последовательности, заданные рекуррентно. Линейные рекуррентные последовательности. Арифметические и геометрические прогрессии. Биномиальные коэффициенты и формула бинома Ньютона. Неравенство Бернулли. Монотонные последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности.</p> <p>Экономические примеры. Дискретные финансовые потоки; формулы начисления простых и сложных процентов, формула аннуитета. Предел последовательности. Единственность предельного значения. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, последовательности с пределами <math>\pm\infty</math>. Ограниченнность последовательности, имеющей предел.</p> <p>Арифметические свойства пределов последовательностей. Свойства пределов, связанные с неравенствами. Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Теорема «о двух полицейских». Число е.</p>	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе	4

	<p>Понятие предела функции по Гейне и Коши. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Односторонние пределы. Свойства пределов функций: локальные, арифметические, связанные с неравенствами. Замена переменных в пределе. Первый и второй замечательные пределы и их следствия. Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях (формула аннуитета, производственные функции, функции полезности и др.). Понятие предела функции по Гейне и Коши. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Односторонние пределы. Свойства пределов функций: локальные, арифметические, связанные с неравенствами. Замена переменных в пределе. Первый и второй замечательные пределы и их следствия. Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях.</p>		
3	<p>Тема 3. Понятие непрерывной функции. Понятие производной функции и дифференциала Основные вопросы:</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к</p>	4

<p>Понятие непрерывной функции. Точки разрыва и их классификация. Локальные свойства непрерывных функций: локальная ограниченность непрерывных функций, сохранение знака непрерывной функцией, непрерывность сложной функции.</p> <p>Непрерывность элементарных функций.</p> <p>Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции. Теорема Коши о нулях непрерывной функции. Метод деления отрезка пополам. Задача локализации корней с заданной точностью. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции. Теорема о существовании обратной непрерывной функции к непрерывной строго монотонной функции.</p> <p>Экономические примеры. Обратные функции спроса и предложения. Определение производной функции. Геометрический и экономический смысл производной.</p> <p>Вычисление производной по определению.</p> <p>Таблица производных простейших элементарных функций. Правила нахождения производной. Производная композиции функций. Замкнутость класса элементарных функций относительно дифференцирования.</p> <p>Производная параметрически заданной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная обратной функции.</p> <p>Логарифмическая производная и эластичность функции. Односторонние и бесконечные производные.</p>	<p>контрольной работе</p>		
--	---------------------------	--	--

	Понятие дифференцируемой функции и дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Теорема о связи производной и дифференцируемой функции. Инвариантность формы записи 1-го дифференциала. Необходимое условие существования экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма). Теорема Лагранжа о среднем значении и ее следствия: формула конечных приращений. Теорема Коши о среднем значении. Правило Лопитала раскрытия неопределенностей. Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).			
4	Тема 4. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора. Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной  Основные вопросы:  Производные и дифференциалы высших порядков. Производные n-го порядка параметрически заданной и неявно заданной функций. Формула Лейбница для n-й производной произведения двух функций. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано. Единственность представления формулой Тейлора. Многочлены Маклорена основных элементарных функций. Достаточные условия экстремума.	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе	8	

	Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной), продолжение. Уточненное правило семидесяти. Исследование функции с помощью производных. Исследование функции на монотонность: определение монотонной функции и критерий монотонности дифференцируемой функции. Исследование функции на экстремум: необходимое условие экстремума (теорема Ферма). Исследование функции на экстремум: 1-е достаточное условие экстремума (в терминах изменения знака первой производной). Исследование функции на экстремум: 2-е достаточное условие экстремума (в терминах старших производных). Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба. Достаточное условие выпуклости, достаточное условие существования точки перегиба. Экономические примеры. Выпуклые задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).		
5	Тема 5. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл Основные вопросы:	работа с литературой, чтение дополнительной литературы;	8

<p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов основных функций. Замена переменной в неопределенном интеграле.</p> <p>Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: понятие рациональной дроби, правильная и неправильная рациональные дроби, выделение целой части в неправильной дроби, понятие простых дробей.</p> <p>Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении на множители многочлена с действительными коэффициентами. Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении правильной дроби в сумму простых дробей.</p> <p>Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей. Понятие рационализируемого интеграла.</p> <p>Интегрирование рационально-тригонометрических функций, частные случаи интегрируемости рационально-тригонометрических функций.</p>	й литературы; подготовка к контрольной работе	
---	---	--

	<p>Экономические примеры. Задача о нахождении функции с заданной характеристикой изменения роста (населения, производства продукции и пр.), изменения цены.</p> <p>Определенный интеграл. Определение определенного интеграла Римана: понятия разбиения, мелкости разбиения, интегральной суммы. Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Примеры неинтегрируемых функций. Некоторые классы интегрируемых функций: интегрируемость непрерывных функций, интегрируемость монотонных ограниченных функций. Критерий интегрируемости по Лебегу, понятие множества меры нуль. Примеры вычисления определенных интегралов по определению.</p> <p>Свойства определенных интегралов. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства: условия непрерывности и дифференцируемости. Теорема о существовании первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Экономические примеры. Экономические модели: инвестиции и капитал, чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в непрерывном случае.</p>		
6	<p>Тема 6. Несобственный интеграл</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Определение интеграла от неограниченной функции. Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов на конечном промежутке. Несобственные интегралы от неотрицательных на конечном промежутке функций. Определение несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования.</p> <p>Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования от неотрицательных функций.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	6

	Признаки сходимости. Интегралы, зависящие от параметров.		
7	<p>Тема 7. Множества и функции в <math>n</math>-мерном метрическом пространстве. Предел и непрерывность ФМП</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Множество <math>n</math>-мерных строк <math>R^n</math>, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента в <math>R^n</math>, геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Расстояние между элементами в <math>R^n</math>, как норма их разности. Окрестность точки. Ограниченные множества. Внутренние и граничные точки множества. Граница множества. Открытые, замкнутые множества. Компакты. Открытые и замкнутые множества, задаваемые системами уравнений и неравенств.</p> <p>Последовательности в <math>R^n</math> и их пределы. Основные свойства открытых и замкнутых множеств. Характеризация компактов.</p> <p>Экономические примеры. Бюджетное множество, технологическое множество.</p> <p>Числовые функции многих переменных (ФМП). Понятие линий и поверхностей уровня ФМП. Элементарные ФМП. Прямые и гиперплоскости в <math>R^n</math>. Выпуклые множества. Выпуклая оболочка множества. Теоремы об отделимости. Экономические примеры.</p> <p>Многомерные экономические модели. Предел ФМП. Теорема о связи предела ФМП с пределами ее компонент. Предел по направлению. Теорема о вычислении предела функции двух переменных в полярных координатах.</p>	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе	8

	Непрерывные ФМП. Непрерывность элементарных ФМП. Непрерывные кривые и поверхности, и их параметризации. Линейно связные множества. Локальные свойства непрерывных ФМП. Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении. Экономические примеры. Производственные функции (Кобба-Дугласа, Леонтьева и др.), функции полезности; бюджетное множество. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема Вейерштрасса. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении. Образ линейно связного множества. Экономические примеры. Достигимость максимальных и минимальных значений функций полезности при естественных ограничениях.			
8	Тема 8. Дифференцируемые ФМП. Частные производные и дифференциалы высших порядков ФМП. Формула Тейлора Основные вопросы:	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к	8	

<p>Частные производные ФМП. Эластичность ФМП по фиксированной переменной. Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости ФМП. Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП. Достаточное условие дифференцируемости. Теорема о дифференцируемости сложной ФМП. Правило вычисления дифференциала сложной ФМП. Инвариантность первого дифференциала. Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня. Геометрический смысл дифференциала. Градиент и его основные свойства. Производная по направлению. Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП. Понятие стационарных и седловых точек.</p> <p>Экономические примеры. Интерпретация частных производных производственных функций. Пример производной производственной сложной функции (капитал и труд зависят от времени). Производственные функции и функции полезности со свойством CES. Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП). Частные производные ФМП. Эластичность ФМП по фиксированной переменной. Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости ФМП. Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП. Достаточное условие дифференцируемости. Экономические примеры. Интерпретация частных производных производственных функций. Пример производной производственной сложной функции (капитал и труд зависят от времени). Производственные функции и функции полезности со свойством CES.</p>	<p>контрольной работе</p>		
--	---------------------------	--	--

	Правило вычисления дифференциала сложной ФМП. Инвариантность первого дифференциала. Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня. Геометрический смысл дифференциала. Градиент и его основные свойства. Производная по направлению. Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП. Понятие стационарных и седловых точек. Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП). Частные производные высших порядков ФМП. Теорема об условиях равенства смешанных производных. Дифференциал второго порядка ФМП. Матрица Гессе. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФМП с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано. Достаточное условие экстремума ФМП. Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат		
9	Тема 9. Неявно заданные ФМП и отображения. Задачи на условный экстремум Основные вопросы:	работа с литературой, чтение дополнительной литературы;	8

<p>Понятие неявно заданной функции. Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции, задаваемой одним уравнением (схема доказательства). Понятие неявно заданной векторной функции и теорема об её существовании и дифференцируемости (без доказательства). Вычисление эластичности неявно заданных функций. Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров. Теорема об огибающей для безусловных экстремумов. Экономические примеры. Пример неявной производственной функции и ее частных производных, эластичность замещения. Понятие регулярного отображения и теорема о существовании локально обратимого отображения. Условия зависимости системы числовых функций. Экономические примеры. Модель национального дохода, обратные задачи в моделях рынка.</p> <p>Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций. Экономические примеры. Производственная функция Кобба-Дугласа. Приложения однородных функций в теории потребления. Однородные CES-функции. Задача на условный экстремум для функции многих переменных: определение точки условного экстремума функции многих переменных при наличии связей в виде равенств. Метод подстановки решения задачи на условный экстремум.</p>	<p>подготовка к контрольной работе</p>		
---	--	--	--

	<p>Метод множителей Лагранжа. Необходимое условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи. Экономические примеры. Экономический смысл множителей Лагранжа. Понятие теневых цен. Задачи оптимизации в экономике. Достаточное условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на компакте, метод параметризации границ. Экономические примеры. Задачи выбора товаров, максимизирующего функцию полезности при бюджетном ограничении; двойственная (хиксианская) задача минимизации затрат потребителя на приобретение набора благ при условии ограничений снизу на полезность наборов, спрос Хикса; задача минимизации издержек при заданном объеме выпуска продукции. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров</p>		
10	<p>Тема 10. Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве. Кратные интегралы</p> <p><b>Основные вопросы:</b></p> <p>Элементы выпуклого анализа. Свойства выпуклых (вогнутых) функций: о выпуклости области определения, о выпуклости положительной линейной комбинации выпуклых функций, о непрерывности выпуклых функций, о максимуме (минимуме) выпуклых (вогнутых) функций. Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемой функции. Экстремальные свойства выпуклых функций. Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике. Задачи оптимизации с ограничениями типа неравенств. Условия Каруша — Куна — Таккера. Экономические примеры.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	8

	Выпуклые задачи в экономике (продолжение). Метод опорных векторов в задачах кредитного скоринга (решение задачи). Кратные интегралы. Мотивация введения кратного интеграла: геометрические и экономические задачи. Понятие измеримого множества и его меры в $R^n$ (меры Жордана), свойства меры Жордана. Понятие множества меры нуль. Критерий измеримости множества. Понятие кратного интеграла по измеримому множеству (разбиение множества, мелкость разбиения, выборка точек в разбиении, интегральная сумма). Критерии интегрируемости, классы интегрируемых функций. Свойства кратных интегралов.  Вычисление кратных интегралов с помощью повторных. Примеры. Замена переменных в кратном интеграле. Экономические примеры. Экономические задачи (объем выпуска при заданной пространственной плотности размещения производства, объем трафика при заданной плотности распределения источников и т.д.)			
11	Тема 11. Числовые ряды. Функциональные ряды  Основные вопросы:	работа с литературой, чтение дополнительной литературы;	8	

	Числовые ряды. Частичные суммы, сходимость ряда и его сумма. Необходимое условие сходимости и его отрицание. Примеры. Свойства сходящихся числовых рядов. Критерий Коши сходимости числового ряда и его отрицание. Гармонический ряд. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признак ограниченности, признаки сравнения, интегральный признак, признак Даламбера, радикальный признак Коши. Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница, оценка остатка. Экономические примеры. Задача о нахождении рыночной цены бессрочной облигации. Задача об оценке прибыли от инвестиций.	подготовка к контрольной работе		
	Функциональные последовательности и ряды. Поточечная, на множестве и равномерная сходимости последовательностей и рядов. Условия равномерной сходимости функциональных рядов, признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование.			
<b>Итого</b>				

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

## 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Дескрипторы	Компетенции	Оценочные средства
<b>УК-1</b>		
<b>Знать</b>	основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, УК-1.4, УК-1.5)	контрольная работа
<b>Уметь</b>	применять методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений для решения экономических и управлеченческих задач (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, УК-1.4, УК-1.5)	контрольная работа
<b>Владеть</b>	навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управлеченческих задач (УК-1.1, УК-1.2, УК-1.3, УК-1.4, УК-1.5)	зачет
<b>ОПК-2</b>		
<b>Знать</b>	основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОПК 2.1); основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых, функциональных, степенных рядов (ОПК 2.1); методы асимптотического и экстремального анализа функций и последовательностей, методы поиска интегралов и производных (ОПК 2.1); теоретические основы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами и исследования вопросов устойчивости (ОПК 2.1)	контрольная работа
<b>Уметь</b>	строить математические модели основных систем и процессов в экономике и управлении (ОПК 2.1); решать задачи, формулируемые в разных разделах математического анализа и теории дифференциальных уравнений, и оценивать точность получаемых решений (ОПК 2.1); пользоваться современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора учебных задач (ОПК 2.1)	контрольная работа

<b>Владеть</b>	методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов (ОПК 2.1); техниками суммирования членов ряда, поиска экстремума, поиска асимптот, поиска интегралов и производных, решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОПК 2.1).	зачет
----------------	---	-------

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

<b>Оценочные средства</b>	<b>Уровни сформированности компетенции</b>			
	Компетентность несформирована	Базовый уровень компетентности	Достаточный уровень компетентности	Высокий уровень компетентности
контрольная работа	1-59% правильных ответов	60 -69% правильных ответов	70-89% правильных ответов	90-100% правильных ответов
зачет	Ответ отсутствует или полный, но есть замечания, более 3	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный

## 7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 7.3.1. Примерные задания для контрольной работы

1.Примерные задания для контрольной работы приведены в Приложении

### 7.3.2. Вопросы к зачету

- 1.Множество  $n$ -мерных строк  $R^n$ , сложение строк и умножение строк на вещественные числа.
- 2.Норма элемента в  $R^n$ , геометрическая интерпретация нормы.
- 3.Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Расстояние между элементами в  $R^n$ , как норма их разности.
- 4.Окрестность точки. Ограниченные множества. Внутренние и граничные точки множества. Граница множества.

5. Открытые, замкнутые множества. Компакты. Открытые и замкнутые множества, задаваемые системами уравнений и неравенств.
6. Последовательности в  $R^n$  и их пределы.
7. Основные свойства открытых и замкнутых множеств. Характеризация компактов.
8. Экономические примеры. Бюджетное множество, технологическое множество.
  
9. Числовые функции многих переменных (ФМП).
10. Понятие линий и поверхностей уровня ФМП.
11. Элементарные ФМП.
12. Прямые и гиперплоскости в  $R^n$ . Выпуклые множества. Выпуклая оболочка множества. Теоремы об отделимости.
13. Экономические примеры. Многомерные экономические модели.
14. Предел ФМП.
15. Теорема о связи предела ФМП с пределами ее компонент.
16. Предел по направлению.
17. Теорема о вычислении предела функции двух переменных в полярных координатах.
18. Непрерывные ФМП.
19. Непрерывность элементарных ФМП.
20. Непрерывные кривые и поверхности, и их параметризации.
21. Линейно связные множества.
22. Локальные свойства непрерывных ФМП.
23. Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении.
24. Экономические примеры. Производственные функции (Кобба-Дугласа, Леонтьева и др.), функции полезности; бюджетное множество.
25. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема Вейерштрасса.
26. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении.
27. Образ линейно связного множества.
28. Экономические примеры. Достигимость максимальных и минимальных значений функций полезности при естественных ограничениях.
29. Частные производные ФМП.
30. Эластичность ФМП по фиксированной переменной.
31. Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал.
32. Необходимое условие дифференцируемости ФМП.
33. Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП.
34. Достаточное условие дифференцируемости.
35. Теорема о дифференцируемости сложной ФМП.

- 36.Правило вычисления дифференциала сложной ФМП.
- 37.Инвариантность первого дифференциала.
- 38.Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня.
  
- 39.Геометрический смысл дифференциала.
- 40.Градиент и его основные свойства.
- 41.Производная по направлению.
- 42.Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.
- 43.Понятие стационарных и седловых точек.
- 44.Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).
- 45.Градиент и его основные свойства.
- 46.Производная по направлению.
- 47.Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.
- 48.Понятие стационарных и седловых точек.
- 49.Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).
- 50.Частные производные высших порядков ФМП.
- 51.Теорема об условиях равенства смешанных производных.
- 52.Дифференциал второго порядка ФМП. Матрица Гессе.
- 53.Дифференциалы высших порядков.
- 54.Формула Тейлора для ФМП с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.
- 55.Достаточное условие экстремума ФМП.
- 56.Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай нескольких переменных), продолжение.
- 57.Основные задачи безусловной оптимизации.
- 58.Метод наименьших квадратов.
- 59.Понятие об уравнении регрессии.
- 60.Понятие неявно заданной функции.
- 61.Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции, задаваемой одним уравнением (схема доказательства).
- 62.Понятие неявно заданной векторной функции и теорема об её существовании и дифференцируемости (без доказательства).
- 63.Вычисление эластичности неявно заданных функций.
- 64.Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров.
- 65.Теорема об огибающей для безусловных экстремумов.
- 66.Экономические примеры. Пример неявной производственной функции и ее частных производных, эластичность замещения.
- 67.Понятие регулярного отображения и теорема о существовании локально обратимого отображения.

- 68.Условия зависимости системы числовых функций.
- 69.Экономические примеры. Модель национального дохода, обратные задачи в моделях рынка.
- 70.Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции.
- 71.Теорема Эйлера об однородных функциях.
- 72.Кривые Энгеля для однородной функции полезности.
- 73.Поверхности уровня однородных функций.
- 74.Экономические примеры. Производственная функция Кобба-Дугласа. Применения однородных функций в теории потребления. Однородные CES-функции.
- 75.Задача на условный экстремум для функции многих переменных: определение точки условного экстремума функции многих переменных при наличии связей в виде равенств.
- 76.Метод подстановки решения задачи на условный экстремум.
- 77.Метод множителей Лагранжа.
- 78.Необходимое условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.
- 79.Экономические примеры. Экономический смысл множителей Лагранжа. Понятие теневых цен. Задачи оптимизации в экономике.
- 80.Достаточное условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.
- 81.Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на компакте, метод параметризации границ.
- 82.Задачи выбора товаров, максимизирующего функцию полезности при бюджетном ограничении; двойственная (хиксианская) задача минимизации затрат потребителя на приобретение набора благ при условии ограничений снизу на полезность наборов, спрос Хикса; задача минимизации издержек при заданном объеме выпуска продукции.
- 83.Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.
- 84.Теорема об огибающей для условных экстремумов.
- 85.Элементы выпуклого анализа. Свойства выпуклых (вогнутых) функций: о выпуклости области определения, о выпуклости положительной линейной комбинации выпуклых функций, о непрерывности выпуклых функций, о максимуме (минимуме) выпуклых (вогнутых) функций.
- 86.Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемой функции.
- 87.Экстремальные свойства выпуклых функций.
- 88.Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике.
- 89.Задачи оптимизации с ограничениями типа неравенств.

90.Условия Каруша — Куна — Таккера.

**7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

**7.4.1. Оценивание выполнения контрольной работы**

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота и правильность ответа	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
Степень осознанности, понимания изученного	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
Языковое оформление ответа	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
Соблюдение требований к оформлению	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Правильное оформление ссылок на используемую литературу; грамотность и культура изложения; владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы; соблюдение требований к объему реферата
Грамотность	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Отсутствие орфографических и синтаксических ошибок, стилистических погрешностей; отсутствие опечаток, сокращений слов, кроме общепринятых; литературный стиль

**7.4.2. Оценивание зачета**

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота ответа, последовательность и логика изложения	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
Правильность ответа, его соответствие рабочей программе учебной дисциплины	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 3	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 2	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины
Способность студента аргументировать свой ответ и приводить примеры	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 3 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 2 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены
Осознанность излагаемого материала	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
Соответствие нормам культуры речи	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
Качество ответов на вопросы	Есть замечания к ответам, не более 3	В целом, ответы раскрывают суть вопроса	На все вопросы получены исчерпывающие ответы

## 7.5. Итоговая рейтинговая оценка текущей и промежуточной аттестации студента по дисциплине

По учебной дисциплине «Математический анализ» используется 4-балльная система оценивания, итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает зачёт. Зачет выставляется во время последнего практического занятия при условии выполнения не менее 60% учебных поручений, предусмотренных учебным планом и РПД. Наличие невыполненных учебных поручений может быть основанием для дополнительных вопросов по дисциплине в ходе промежуточной аттестации. Во всех остальных случаях зачет сдается обучающимися в даты, назначенные преподавателем в период соответствующей промежуточной аттестации.

### *Шкала оценивания текущей и промежуточной аттестации студента*

Уровни формирования компетенции	Оценка по четырехбалльной шкале
	для зачёта
Высокий	

Достаточный	зачтено
Базовый	
Компетенция не сформирована	не зачтено

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **Основная литература.**

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методик пособие, др.)	Кол-во в библ.
1.	Алашеева, Е. А. Математика. Математический анализ : учебник / Е. А. Алашеева. — Самара : ПГУТИ, 2020. — 316 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/255359">https://e.lanbook.com/book/255359</a> (дата обращения: 30.08.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.	учебник	<a href="https://e.lanbook.com/book/255359">https://e.lanbook.com/book/255359</a>
2.	Антонова, И. В. Кратные и криволинейные интегралы. Математический анализ : учебно-методическое пособие / И. В. Антонова, Н. А. Михайлова, Т. В. Тимченко. — Москва : РТУ МИРЭА, 2022. — 46 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/256646">https://e.lanbook.com/book/256646</a> (дата обращения: 30.08.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.	учебно-методическое пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/256646">https://e.lanbook.com/book/256646</a>
3.	Алашеева, Е. А. Математика. Математический анализ : учебник / Е. А. Алашеева. — Самара : ПГУТИ, 2020. — 316 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/255359">https://e.lanbook.com/book/255359</a> (дата обращения: 30.08.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.	учебник	<a href="https://e.lanbook.com/book/255359">https://e.lanbook.com/book/255359</a>
4.	Алексеева, С. В. Приложения математики к решению экономических задач. Математический анализ: учебное пособие / С. В. Алексеева. — Санкт-Петербург: СПбГЛТУ, 2020. — 60 с. — ISBN 978-5-9239-1200-5.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/159301">https://e.lanbook.com/book/159301</a>

5.	Белова, И. М. Теория поля. Математический анализ: учебно-методическое пособие / И. М. Белова, Т. А. Манаенкова, В. М. Кессельман. — Москва: РТУ МИРЭА, 2020. — 68 с.	учебно-методическое пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/171438">https://e.lanbook.com/book/171438</a>
6.	Игнатова, Е. А. Математика для экономистов (Математический анализ. Линейная алгебра. Теория вероятностей и математическая статистика): учебное пособие / Е. А. Игнатова. — Донецк: ДонНУЭТ имени Туган-Барановского, 2019. — 168 с.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/170500">https://e.lanbook.com/book/170500</a>
7.	Туганбаев, А. А. Математический анализ: Пределы : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 65 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/119437">https://e.lanbook.com/book/119437</a>
8.	Туганбаев, А. А. Математический анализ: Производные графики функций : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., доп. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 93 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/119438">https://e.lanbook.com/book/119438</a>
9.	Туганбаев, А. А. Математический анализ: Интегралы : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., доп. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 88 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/119439">https://e.lanbook.com/book/119439</a>
10.	Будаев, В. Д. Математический анализ. Функции одной переменной: учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 544 с. — ISBN 978-5-8114-1186-3.	учебник	<a href="https://e.lanbook.com/book/168378">https://e.lanbook.com/book/168378</a>

11.	Трухан А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Санкт-Петербург: Лань, 2020. - 268 с.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/111893">https://e.lanbook.com/book/111893</a>
12.	Ахтамова, С. С. Математический анализ. Теория функций многих переменных: учебное пособие / С. С. Ахтамова, Е. К. Лейнартас, А. П. Ляпин. — Красноярск: СФУ, 2021. — 60 с. — ISBN 978-5-7638-4473-3.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/181663">https://e.lanbook.com/book/181663</a>
13.	Круглов, Е. В. Математический анализ как инструмент экономиста: учебно-методическое пособие / Е. В. Круглов, Ю. А. Кузнецов, Е. А. Таланова. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2020. — 56 с.	учебно-методическое пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/191712">https://e.lanbook.com/book/191712</a>
14.	Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 280 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/115196">https://e.lanbook.com/book/115196</a>

### Дополнительная литература.

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, др.)	Кол-во в библ.
1.	Будаев, В. Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных: учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-2595-2.	учебник	<a href="https://e.lanbook.com/book/167459">https://e.lanbook.com/book/167459</a>

2.	Беломытцев, М. Ю. Математический анализ процессов горячей деформации и фазовых превращений. Пособие к курсовым работам и практическим занятиям. Практикум: учебное пособие / М. Ю. Беломытцев. — Москва: МИСИС, 2020. — 150 с.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/178098">https://e.lanbook.com/book/178098</a>
3.	Дмитриева, О. М. Основы статистики и математический анализ : учебно-методическое пособие / О. М. Дмитриева, А. В. Киселева. — Санкт-Петербург : СПбГУТ им. М.А. Бонч-Бруевича, 2022. — 38 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/279209">https://e.lanbook.com/book/279209</a> (дата обращения: 22.11.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.	учебно-методическое пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/279209">https://e.lanbook.com/book/279209</a>
4.	Кузоватов, И. А. Математический анализ. Теория пределов и дифференциальное исчисление функции одной переменной: учебное пособие / И. А. Кузоватов, Н. В. Кузоватова, А. Н. Полковников. — Красноярск: СФУ, 2020. — 106 с. — ISBN 978-5-7638-4296-8.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/181611">https://e.lanbook.com/book/181611</a>
5.	Смоленцев, Н. К. Математический анализ: интегралы и ряды: учебно-методическое пособие / Н. К. Смоленцев. — Кемерово: КемГУ, 2022. — 131 с. — ISBN 978-5-8353-2953-3. // Лань: электронно-библиотечная система.	учебно-методическое пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/309083">https://e.lanbook.com/book/309083</a>
6.	Мателенок, А. П. Высшая математика: учебно-методическое пособие: в 4 частях / А. П. Мателенок. — Новополоцк: ПГУ, 2019 — Часть 1: Элементы линейной алгебры. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Элементы векторной алгебры — 2019. — 224 с. — ISBN 978-985-531-674-0.	учебно-методическое пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/176972">https://e.lanbook.com/book/176972</a>
7.	Потепалова, А. Ю. Математический анализ: Курс лекций: учебное пособие / А. Ю. Потепалова. — Москва: РТУ МИРЭА, 2021. — 86 с.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/17654">https://e.lanbook.com/book/17654</a>

8.	Коннова, Л. П. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОСТО!: учебник / Л. П. Коннова, И. К. Степанян. — Москва: Прометей, 2023. — 1256 с. — ISBN 978-5-00172-511-4. // Лань: электронно-библиотечная система.	учебник	<a href="https://e.lanbook.com/book/358952">https://e.lanbook.com/book/358952</a>
9.	Конюхов, А. Н. Введение в математический анализ: учебное пособие / А. Н. Конюхов, С. Н. Машнина, К. А. Ципоркова. — Рязань: РГРТУ, 2023. — 80 с. // Лань: электронно-библиотечная система.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/380423">https://e.lanbook.com/book/380423</a>
10.	Потапов, А. П. Математический анализ. Интегральное исчисление функций нескольких переменных / А. П. Потапов. — Санкт-Петербург: Лань, 2023. — 276 с. — ISBN 978-5-507-46875-1. // Лань: электронно-библиотечная система.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/352295">https://e.lanbook.com/book/352295</a>

## 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1.Поисковые системы: <http://www.rambler.ru>, <http://yandex.ru>, <http://www.google.com>
- 2.Федеральный образовательный портал [www.edu.ru](http://www.edu.ru).
- 3.Российская государственная библиотека <http://www.rsl.ru/ru>
- 4.Государственная публичная научно-техническая библиотека России URL: <http://gpntb.ru>.
- 5.Государственное бюджетное учреждение культуры Республики Крым «Крымская республиканская универсальная научная библиотека» <http://franco.crimealib.ru/>
- 6.Педагогическая библиотека <http://www.pedlib.ru/>
- 7.Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (РИНЦ) <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

## 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

### Общие рекомендации по самостоятельной работе бакалавров

Подготовка современного бакалавра предполагает, что в стенах университета он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы.

Самостоятельная работа формирует творческую активность бакалавров, представление о своих научных и социальных возможностях, способность вычленять главное, совершенствует приемы обобщенного мышления, предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем, определенных программой.

Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются: самоподготовка по отдельным вопросам; работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к зачету.

Важной частью самостоятельной работы является чтение учебной литературы. Основная функция учебников – ориентировать в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. Учебник также служит путеводителем по многочисленным произведениям, ориентируя в именах авторов, специализирующихся на определённых научных направлениях, в названиях их основных трудов. Вторая функция учебника в том, что он очерчивает некий круг обязательных знаний по предмету, не претендуя на глубокое их раскрытие.

Чтение рекомендованной литературы – это та главная часть системы самостоятельной учебы бакалавра, которая обеспечивает подлинное усвоение науки. Читать эту литературу нужно по принципу: «идея, теория, метод в одной, в другой и т.д. книгах».

Во всех случаях рекомендуется рассмотрение теоретических вопросов не менее чем по трем источникам. Изучение проблемы по разным источникам – залог глубокого усвоения науки. Именно этот блок, наряду с выполнением практических заданий является ведущим в структуре самостоятельной работы студентов.

Вниманию бакалавров предлагаются список литературы, вопросы к самостоятельному изучению и вопросы к зачету.

Для успешного овладения дисциплиной необходимо выполнять следующие требования:

- 1) выполнять все определенные программой виды работ;
- 2) посещать занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и, зачастую, самостоятельного теоретического овладения пропущенным материалом недостаточно для качественного его усвоения;
- 3) все рассматриваемые на занятиях вопросы обязательно фиксировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 4) проявлять активность при подготовке и на занятиях, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому бакалавру;

5) в случаях пропуска занятий по каким-либо причинам обязательно отрабатывать пропущенное преподавателю во время индивидуальных консультаций.

Внеурочная деятельность бакалавра по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение практических заданий;
- выработку умений научной организации труда.

Успешная организация времени по усвоению данной дисциплины во многом зависит от наличия у бакалавра умения самоорганизовать себя и своё время для выполнения предложенных домашних заданий. Объём заданий рассчитан максимально на 2-3 часа в неделю. При этом алгоритм подготовки будет следующим:

- 1 этап – поиск в литературе теоретической информации по предложенным преподавателем вопросам;
- 2 этап – осмысление полученной информации, освоение терминов и понятий;
- 3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос;
- 4 этап – поиск примеров по данной проблематике.

### **Работа с базовым конспектом**

Программой дисциплины предусмотрено чтение лекций в различных формах их проведения: проблемные лекции с элементами эвристической беседы, информационные лекции, лекции с опорным конспектированием, лекции-визуализации.

На лекциях преподаватель рассматривает вопросы программы курса, составленной в соответствии с государственным образовательным стандартом. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удается осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу.

Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям.

Во время самостоятельной проработки лекционного материала особое внимание следует уделять возникшим вопросам, непонятным терминам, спорным точкам зрения. Все такие моменты следует выделить или выписать отдельно для дальнейшего обсуждения на практическом занятии. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией. Полный список литературы по дисциплине приведен в рабочей программе дисциплины.

## **Подготовка к зачету**

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений, компетенций, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины. Обычный зачет отличается от экзамена только тем, что преподаватель не дифференцирует баллы, которые он выставляет по его итогам.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра, а не за несколько дней до его проведения.

Подготовка включает следующие действия. Прежде всего нужно перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра. Затем надо соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету. Если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Речь идет не о шпаргалке, а о формировании в сознании четкой логической схемы ответа на вопрос. Накануне зачета необходимо повторить ответы, не заглядывая в записи. Время на подготовку к зачету по нормативам университета составляет не менее 4 часов.

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости))**

Информационные технологии применяются в следующих направлениях:  
оформление письменных работ выполняется с использованием текстового редактора;

демонстрация компьютерных материалов с использованием мультимедийных технологий;

использование информационно-справочного обеспечения, такого как: правовые справочные системы (Консультант+ и др.), онлайн словари, справочники (Грамота.ру, Интуит.ру, Википедия и др.), научные публикации.

использование специализированных справочных систем (электронных учебников, справочников, коллекций иллюстраций и фотоизображений, фотобанков, профессиональных социальных сетей и др.).

OpenOffice Ссылка: <http://www.openoffice.org/ru/>

Mozilla Firefox Ссылка: <https://www.mozilla.org/ru/firefox/new/>

Libre Office Ссылка: <https://ru.libreoffice.org/>

Do PDF Ссылка: <http://www.dopdf.com/ru/>

7-zip Ссылка: <https://www.7-zip.org/>

Free Commander Ссылка: <https://freecommander.com/ru>

be Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html> попо  
Gimp (графический редактор) Ссылка: <https://www.gimp.org/>  
ImageMagick (графический редактор) Ссылка: <https://imagemagick.org/script/index.php>  
VirtualBox Ссылка: <https://www.virtualbox.org/>  
Adobe Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>  
Операционная система Windows 8.1 Лицензионная версия по договору №471\1 от 11.12.2014 г.  
Электронно-библиотечная система Библиокомплектатор  
Национальна электронная библиотека - федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская государственная библиотека» (ФГБУ «РГБ»)

Редакция Базы данных «ПОЛПРЕД Справочники»  
Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

-учебная аудитория с видеопроекционным оборудованием и экраном для демонстрации презентаций в ходе проведения лекционных и практических занятий, а также учебная аудитория с компьютерами с выходом в сеть Интернет (для самостоятельной работы обучающихся).

## **13. Особенности организации обучения по дисциплине обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ОВЗ:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потерь данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества;
- создание возможности для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников – например, так, чтобы лица с нарушением слуха получали информацию визуально, с нарушением зрения – аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счет альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи

ческих занятий, выступления с докладами и защитой выполненных работ, проведение тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ОВЗ форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи: зачет и экзамен, проводимый в письменной форме, – не более чем на 90 мин., проводимый в устной форме – не более чем на 20 мин., – продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы – не более чем на 15 мин.

#### **14. Виды занятий, проводимых в форме практической подготовки**

(не предусмотрено при изучении дисциплины)

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Примерные задания для контрольной работы

#### Контрольная работа №1.

Задание 1.

Вычислить предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+3} - \sqrt{n-1})$ .

Задание 2.

Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 1}{16x}$

Задание №3.

Вычислить производную функции  $y = x^5 \cdot \operatorname{tg} x$

Задание №4.

Найти дифференциал функции  $f(x) = \cos 5x$ .

Задание №5.

Найти максимумы и минимумы функции  $y = \frac{4x}{x^2 + 4}$ .

#### Контрольная работа №2.

Задание 1.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int (2\cos x + 7e^x) dx$ .

Задание 2.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{2x-3}{x^2-3x-10} dx$ .

Задание №3.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sin^2 x dx$ .

Задание №4.

Вычислить определенный интеграл  $\int_0^2 e^x dx$ .

Задание №5.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x}} dx$ .

#### Контрольная работа №3 по математическому анализу.

Задание 1.

Вычислить  $z'_x$ , если  $z(x, y) = 5x + x^2y^4$ .

Задание 2.

Вычислить  $z'''_{xxx}$ , если  $z(x, y) = 3x^5 + x^2 + 4xy$ .

Задание №3.

Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл:

$\iint_{(D)} \frac{\sin \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ , если область  $(D)$  ограничена линиями

$$x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9}, \quad x^2 + y^2 = \pi^2.$$

Задание №4.

Решить дифференциальное уравнение  $y' = \cos x$ .

Задание №5.

Найти экстремумы функции  $z = z(x, y)$ , если  $z = x^2 + 4x + y^2 + 2y + 10$ .