




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Республики Крым  
«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»  
(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)

Кафедра математики

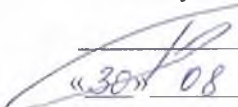
СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

 Н.Р. Зиятдинова  
«30» 08 2021 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 Е.А. Павлов  
«30» 08 2021 г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ


#### Б1.Б.07 «Математический анализ»

направление подготовки 38.03.01 Экономика  
профиль подготовки «Мировая экономика»

факультет экономики, менеджмента и информационных технологий

Симферополь, 2021

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» для бакалавров направления подготовки 38.03.01 Экономика. Профиль «Мировая экономика» составлена на основании ФГОС ВО, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.11.2015 № 1327.

Составитель  
рабочей программы  Т.М. Шамилев, доц.  
подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математики  
от 08.06 2021 г., протокол № 14

Заведующий кафедрой  Е.А. Павлов  
подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании УМК факультета  
экономики, менеджмента и информационных технологий  
от 27.08 2021 г., протокол № 1

Председатель УМК  К.М. Османов  
подпись

**1. Рабочая программа дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» для бакалавриата направления подготовки 38.03.01 Экономика, профиль подготовки «Мировая экономика».**

**2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

**2.1. Цель и задачи изучения дисциплины (модуля)**

***Цель дисциплины (модуля):***

- добиться усвоения студентами теоретических основ, базовых результатов и теорем математического анализа и теории дифференциальных уравнений, а также основных математических приемов и правил формального анализа и решения различных математических задач на основе полученных теоретических знаний
- подготовить слушателей к чтению современных текстов по экономической теории, использующих модели и методы многомерного
- обеспечить запросы других разделов математики, использующих возникающие в математическом анализе конструкции
- научить слушателей давать оценку предельного поведения различных функций
- продемонстрировать возможности исследования зависимости экстремумов от параметров
- выработать у слушателей навыков решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий, а также задач, способствующих развитию начальных навыков научного исследования
- развить умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений

***Учебные задачи дисциплины (модуля):***

- формирование необходимого уровня фундаментальной математической подготовки обучающихся
- ориентация обучающихся на использование методов математического анализа при решении прикладных задач
- развитие у обучающегося логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания

**2.2. Планируемые результаты освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:**

- основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач
- основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений
- основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых, функциональных, степенных рядов
- методы асимптотического и экстремального анализа функций и последовательностей, методы поиска интегралов и производных
- теоретические основы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами и исследования вопросов устойчивости

#### **Уметь:**

- применять методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений для решения экономических и управленческих задач
- строить математические модели основных систем и процессов в экономике и управлении
- решать задачи, формулируемые в разных разделах математического анализа и теории дифференциальных уравнений, и оценивать точность получаемых решений
- пользоваться современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора учебных задач

#### **Владеть:**

- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов
- техниками суммирования членов ряда, поиска экстремума, поиска асимптот, поиска интегралов и производных, решения обыкновенных дифференциальных уравнений

### **3. Место дисциплины в структуре ОПОП.**

Дисциплина Б1.Б.07 «Математический анализ» относится к дисциплинам базовой части учебного плана.

### **4. Объем дисциплины (модуля)**

(в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся)

Семестр	Общее кол-во часов	кол-во зач. единиц	Контактные часы						СР	Контроль (время на контроль)
			Всего	лек	лаб. зан.	прак. т.зан.	сем. зан.	ИЗ		
1	108	3	60	18		42			48	За
2	108	3	54	18		36			27	Экз (27 ч.)
Итого по ОФО	216	6	114	36		78			75	27
1	108	3	14	6		8			90	За (4 ч.)
2	108	3	12	4		8			87	Экз (9 ч.)
Итого по ЗФО	216	6	26	10		16			177	13

**5. Содержание дисциплины (модуля) (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий)**

Наименование тем (разделов, модулей)	Количество часов														Форма текущего контроля
	очная форма							заочная форма							
	Всего	в том, числе						Всего	в том, числе						
		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<b>Модуль 1. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>															
Множества и операции над ними	7	1		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Функции	7	1		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Последовательности и их предел	8	2		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Предел функции	10	2		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
Понятие непрерывной функции	7	1		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Понятие производной функции и дифференциала	9	1		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора	9	1		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной	9	1		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
<b>Модуль 2. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>															
Неопределенный интеграл	20	4		10			6	11	1		1			9	контрольная работа

Определенный интеграл	10	2		4			4	10	0,5		0,5			9	контрольная работа
Несобственный интеграл	12	2		4			6	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
<b>Всего часов дисциплине</b>	189	36		78			75	203	10		16			177	
часов на контроль	27						13								

### 5. 1. Тематический план лекций

№ лекц	Тема занятия и вопросы лекции	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	Множества и операции над ними <i>Основные вопросы:</i> Множества и операции над ними Числовые множества Числовая прямая Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств Понятие о мощности множества	Акт.	1	0,5
2.	Функции <i>Основные вопросы:</i> Отображения (функции) Композиция отображений. Обратная функция Числовые функции одной действительной переменной Экономические примеры функций	Акт.	1	0,5
3.	Последовательности и их предел <i>Основные вопросы:</i> Числовые последовательности Арифметические и геометрические прогрессии Монотонные последовательности Экономические примеры Предел последовательности. Свойства предела последовательности. Число $e$	Акт.	2	0,5
4.	Предел функции <i>Основные вопросы:</i> Предел функции Односторонние пределы	Акт.	2	0,5

	Свойства пределов функций Замечательные пределы Эквивалентность функций Экономические примеры			
5.	Понятие непрерывной функции <i>Основные вопросы:</i> Непрерывность функции Точки разрыва функции Локальные свойства непрерывных функций Функции непрерывные на множестве Непрерывность элементарных функций Экономические примеры	Акт.	1	0,5
6.	Понятие производной функции и дифференциала <i>Основные вопросы:</i> Определение производной функции Правила вычисления производных Производные функций заданных параметрически и заданных неявно Понятие дифференцируемой функции и дифференциала Теоремы о среднем для дифференцируемых функций Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей	Акт.	1	0,5
7.	Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора <i>Основные вопросы:</i> Производные и дифференциалы высших порядков Формула Тейлора Многочлены Маклорена основных элементарных функций	Акт.	1	0,5
8.	Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной <i>Основные вопросы:</i> Исследование функций с помощью производных Исследование функций на экстремум Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба	Акт.	1	0,5

	Достаточное условие выпуклости, достаточное условие точек перегиба Экономические примеры			
9.	Неопределенный интеграл <i>Основные вопросы:</i> Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции Основные методы интегрирования Интегрирование рациональных функций Интегрирование тригонометрических функций Интегрирование некоторых классов иррациональных функций	Акт.	4	1
10.	Определенный интеграл <i>Основные вопросы:</i> Определенный интеграл Свойства определенных функций Интегралы с переменным верхним пределом Формула Ньютона-Лейбница Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного Приложения определенного интеграла	Акт.	2	0,5
11.	Несобственный интеграл <i>Основные вопросы:</i> Несобственные интегралы Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования Несобственные интегралы от неограниченной функции Признаки сходимости Интегралы, зависящие от параметров	Акт.	2	0,5
	<b>Итого</b>		<b>18</b>	<b>6</b>

## 5. 2. Темы практических занятий

№ занятия	Наименование практического занятия и вырабатываемые компетенции	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	Тема практического занятия: <b>Множества и операции над ними.</b>	Акт.	2	0,3
2.	Тема практического занятия:	Акт.	2	0,3



	<b>Функции.</b>			
3.	Тема практического занятия: <b>Последовательности и их предел</b>	Акт.	2	0,3
4.	Тема практического занятия: <b>Предел функции</b>	Акт.	2	1
5.	Тема практического занятия: <b>Эквивалентность функций</b>	Акт.	2	0,3
6.	Тема практического занятия: <b>Понятие непрерывной функции</b>	Акт.	2	0,3
7.	Тема практического занятия: <b>Понятие производной функции и дифференциала</b>	Акт.	2	1
8.	Тема практического занятия: <b>Производная обратной функции, логарифмическая производная, производные функция заданных</b>	Акт.	2	0,3
9.	Тема практического занятия: <b>Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора</b>	Акт.	2	0,3
10.	Тема практического занятия: <b>Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя</b>	Акт.	2	0,3
11.	Тема практического занятия: <b>Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной: экстремумы, асимптоты, выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика</b>	Акт.	2	1
12.	Тема практического занятия: <b>Исследование функции и построение</b>	Акт.	2	0,3
13.	Тема практического занятия: <b>Вычисление неопределенного интеграла подстановкой и по частям</b>	Акт.	2	1
14.	Тема практического занятия: <b>Интегрирование рациональных дробей</b>	Акт.	2	0,3
15.	Тема практического занятия: <b>Интегрирование иррациональных функций</b>	Акт.	2	0,3
16.	Тема практического занятия: <b>Интегрирование тригонометрических</b>	Акт.	2	0,3
17.	Тема практического занятия:	Акт.	2	0,3

	<b>Интегрирование обратных тригонометрических функций</b>			
18.	Тема практического занятия: <b>Вычисление определенных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
19.	Тема практического занятия: <b>Приложение определенных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
20.	Тема практического занятия: <b>Вычисление несобственных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
21.	Тема практического занятия: <b>Исследование сходимости несобственных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
22.	Тема практического занятия: <b>Множества и функции в n-мерном метрическом пространстве</b>	Акт.	1	0,3
23.	Тема практического занятия: <b>Предел и непрерывность ФМП</b>	Акт.	1	0,3
24.	Тема практического занятия: <b>Вычисление частных производных и дифференциалов первого порядка ФМП</b>	Акт.	2	1
25.	Тема практического занятия: <b>Вычисление производных по направлению. Градиент.</b>	Акт.	2	0,3
26.	Тема практического занятия: <b>Частные производные и дифференциалы высших порядков ФМП.</b>	Акт.	2	0,3
27.	Тема практического занятия: <b>Экстремумы ФМП</b>	Акт.	2	0,3
28.	Тема практического занятия: <b>Вычисление частных производных и дифференциалов ФМП заданных неявно</b>	Акт.	2	0,3
29.	Тема практического занятия: <b>Задачи на условный экстремум</b>	Акт.	2	0,3
30.	Тема практического занятия: <b>Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве</b>	Акт.	2	0,3
31.	Тема практического занятия: <b>Вычисление двойных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
32.	Тема практического занятия: <b>Замена переменных в двойных интегралах</b>	Акт.	2	0,3
33.	Тема практического занятия: <b>Числовые ряды</b>	Акт.	2	0,3

34.	Тема практического занятия: <b>Функциональные ряды</b>	Акт.	2	0,3
35.	Тема практического занятия: <b>Разложение в степенные ряды</b>	Акт.	2	0,3
36.	Тема практического занятия: <b>Основные понятия теории дифференциальных уравнений</b>	Акт.	1	0,3
37.	Тема практического занятия: <b>Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно первой производной.</b>	Акт.	1	0,3
38.	Тема практического занятия: <b>Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка</b>	Акт.	2	0,3
39.	Тема практического занятия: <b>Линейные системы дифференциальных уравнений</b>	Акт.	2	0,3
40.	Тема практического занятия: <b>Элементы теории устойчивости</b>	Акт.	1	0,3
41.	Тема практического занятия: <b>Разностные уравнения первого порядка</b>	Акт.	1	0,3
42.	Тема практического занятия: <b>Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений.</b>	Акт.	2	0,2
	<b>Итого</b>		<b>78</b>	<b>16</b>

### 5. 3. Темы семинарских занятий

(не предусмотрены учебным планом)

### 5. 4. Перечень лабораторных работ

(не предусмотрено учебным планом)

### 5. 5. Темы индивидуальных занятий

(не предусмотрено учебным планом)

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа по данной дисциплине включает такие формы работы как: работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к зачету; подготовка к экзамену.

**6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю)**

№	Наименование тем и вопросы, выносимые на самостоятельную работу	Форма СР	Кол-во часов	
			ОФО	ЗФО
1	<p>Тема:</p> <p>Множества и операции над ними</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Множества и операции над ними (объединение, пересечение, разность).</p> <p>Объединение и пересечение множеств.</p> <p>Основные тождества алгебры множеств.</p> <p>Понятие о числовых множествах.</p> <p>Упорядоченные пары и декартово произведение множеств.</p> <p>Множество <math>N</math> натуральных чисел.</p> <p>Числовые множества <math>Z</math> и <math>Q</math>.</p> <p>Множество <math>R</math> действительных чисел. Аксиома непрерывности (полноты).</p> <p>Числовая прямая. Отрезки, интервалы и другие промежутки числовой прямой.</p> <p>Окрестности. Длина отрезка на числовой прямой.</p> <p>Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств. Принципы супремума и инфимума.</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8
2	<p>Тема:</p> <p>Функции</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Соответствия и отображения (функции).</p> <p>Способы задания функций. Образы и прообразы точек и множеств при заданном отображении.</p> <p>Композиция функций.</p> <p>Обратимость функции и обратная функция.</p> <p>Сюръекция, инъекция, биекция.</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Числовые функции одной действительной переменной. Четные, нечетные, периодические функции. Области возрастания и убывания, экстремумы. Монотонные и ограниченные функции.</p> <p>Основные элементарные функции.          Элементарные функции. Область определения. Множество значений.          Многочлены. Деление многочленов.          Разложение многочленов на множители.          Рациональные функции и простые дроби.          Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.</p>			
3	<p>Тема:          Последовательности и их предел          Основные вопросы:          Последовательности как функции, определенные на множестве натуральных чисел или его начальном отрезке. Числовые последовательности.          Последовательности, заданные рекуррентно.          Линейные рекуррентные последовательности.          Арифметические и геометрические прогрессии.          Биномиальные коэффициенты и формула бинома Ньютона.          Неравенство Бернулли.          Монотонные последовательности.          Ограниченные и неограниченные последовательности.</p> <p>Экономические примеры. Дискретные финансовые потоки; формулы начисления простых и сложных процентов, формула аннуитета.</p>	<p>работа с литературой, чтение          дополнительно литературы;          подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Предел последовательности. Единственность предельного значения.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, последовательности с пределами <math>\pm\infty</math>.</p> <p>Ограниченность последовательности, имеющей предел.</p> <p>Арифметические свойства пределов последовательностей. Свойства пределов, связанные с неравенствами.</p> <p>Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Теорема «о двух полицейских».</p> <p>Число <math>e</math></p>			
4	<p>Тема:</p> <p>Предел функции</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Понятие предела функции по Гейне и Коши.</p> <p>Пределы на бесконечности и бесконечные пределы.</p> <p>Односторонние пределы.</p> <p>Свойства пределов функции: локальные, арифметические, связанные с неравенствами.</p> <p>Замена переменных в пределе.</p> <p>Первый и второй замечательные пределы и их следствия.</p> <p>Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях (формула аннуитета, производственные функции, функции полезности и др.).</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Понятие предела функции по Гейне и Коши.          Пределы на бесконечности и бесконечные пределы.          Односторонние пределы.          Свойства пределов функции: локальные, арифметические, связанные с неравенствами.          Замена переменных в пределе.          Первый и второй замечательные пределы и их следствия.          Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях (формула аннуитета, производственные функции, функции полезности и др.).          Символы Ландау (O-о-символика).          Эквивалентность функций.          Таблица основных эквивалентностей. Свойства отношения эквивалентности.          Использование эквивалентностей при вычислении пределов.</p>			
5	<p>Тема:          Понятие непрерывной функции          Основные вопросы:          Понятие непрерывной функции.          Точки разрыва и их классификация.          Локальные свойства непрерывных функций:          локальная ограниченность непрерывных функций, сохранение знака непрерывной функцией, непрерывность сложной функции.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Непрерывность элементарных функций.          Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции.          Теорема Коши о нулях непрерывной функции.          Метод деления отрезка пополам. Задача локализации корней с заданной точностью.          Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции.          Теорема о существовании обратной непрерывной функции к непрерывной строго монотонной функции.</p> <p>Экономические примеры. Обратные функции спроса и предложения.</p>			
6	<p>Тема:          Понятие производной функции и дифференциала          Основные вопросы:          Определение производной функции.          Геометрический и экономический смысл производной.          Вычисление производной по определению.          Таблица производных простейших элементарных функций.          Правила нахождения производной.          Производная композиции функций.          Замкнутость класса элементарных функций относительно дифференцирования.          Производная параметрически заданной функции.          Производная функции, заданной неявно.          Производная обратной функции.          Логарифмическая производная и эластичность функции.          Односторонние и бесконечные производные.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8



	<p>Понятие дифференцируемой функции и дифференциала.          Геометрический смысл дифференциала.          Применение дифференциала для приближенных вычислений.          Теорема о связи производной и дифференцируемой функции.          Инвариантность формы записи 1-го дифференциала.          Необходимое условие существования экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).          Теорема Лагранжа о среднем значении и ее следствия: формула конечных приращений.          Теорема Коши о среднем значении.</p> <p>Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.          Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).</p>			
7	<p>Тема:          Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора          Основные вопросы:          Производные и дифференциалы высших порядков.          Производные n-го порядка параметрически заданной и неявно заданной функций.          Формула Лейбница для n-й производной произведения двух функций.          Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано.          Единственность представления формулой Тейлора.          Многочлены Маклорена основных элементарных функций.          Достаточные условия экстремума.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной), продолжение. Уточненное правило семидесяти.			
8	<p>Тема:          Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной          Основные вопросы:          Исследование функции с помощью производных. Исследование функции на монотонность: определение монотонной функции и критерий монотонности дифференцируемой функции.          Исследование функции на экстремум: необходимое условие экстремума (теорема Ферма).          Исследование функции на экстремум: 1-е достаточное условие экстремума (в терминах изменения знака первой производной).          Исследование функции на экстремум: 2-е достаточное условия экстремума (в терминах старших производных).</p> <p>Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба. Достаточное условие выпуклости, достаточное условие существования точки перегиба.</p> <p>Экономические примеры. Выпуклые задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной)</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8
9	<p>Тема:          Неопределенный интеграл          Основные вопросы:</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной ..</p>	6	9

	<p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции.</p> <p>Свойства неопределенного интеграла.</p> <p>Таблица неопределенных интегралов основных функций.</p> <p>Замена переменной в неопределенном интеграле.</p> <p>Интегрирование по частям.</p> <p>Интегрирование рациональных функций: понятие рациональной дроби, правильная и неправильная рациональные дроби, выделение целой части в неправильной дроби, понятие простых дробей.</p> <p>Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении на множители многочлена с действительными коэффициентами.</p> <p>Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении правильной дроби в сумму простых дробей.</p> <p>Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей.</p> <p>Понятие рационализируемого интеграла.</p> <p>Интегрирование рационально-тригонометрических функций, частные случаи интегрируемости рационально-тригонометрических функций.</p> <p>Интегрирование некоторых классов иррациональных функций.</p> <p>Экономические примеры. Задача о нахождении функции с заданной характеристикой изменения роста (населения, производства продукции и пр.), изменения цены.</p>	й литературы; подготовка к контрольной работе		
10	<p>Тема:</p> <p>Определенный интеграл</p> <p>Основные вопросы:</p>	работа с литературой, чтение дополнительно ..	4	8

	<p>Определенный интеграл. Определение определенного интеграла Римана: понятия разбиения, мелкости разбиения, интегральной суммы.</p> <p>Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.</p> <p>Примеры неинтегрируемых функций.</p> <p>Некоторые классы интегрируемых функций: интегрируемость непрерывных функций, интегрируемость монотонных ограниченных функций.</p> <p>Критерий интегрируемости по Лебегу, понятие множества меры нуль.</p> <p>Примеры вычисления определенных интегралов по определению.</p> <p>Свойства определенных интегралов.</p> <p>Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства: условия непрерывности и дифференцируемости.</p> <p>Теорема о существовании первообразной непрерывной функции.</p> <p>Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла.</p> <p>Экономические примеры. Экономические модели: чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в бессрочном случае.</p> <p>Некоторые приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции</p> <p>Экономические примеры. Экономические модели: инвестиции и капитал, чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в непрерывном случае.</p>	й литературы; подготовка к контрольной работе		
11	<p>Тема:</p> <p>Несобственный интеграл</p> <p>Основные вопросы:</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно ..</p>	6	9

	<p>Определение интеграла от неограниченной функции</p> <p>Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов на конечном промежутке</p> <p>Несобственные интегралы от неотрицательных на конечном промежутке функций</p> <p>Определение несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования</p> <p>Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования от неотрицательных функций</p> <p>Признаки сходимости.</p> <p>Интегралы, зависящие от параметров.</p>	<p>й литературы; подготовка к контрольной работе</p>		
12	<p>Тема:</p> <p>Множества и функции в <math>n</math>-мерном метрическом пространстве</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Множество <math>n</math>-мерных строк <math>R^n</math>, сложение строк и умножение строк на вещественные числа.</p> <p>Норма элемента в <math>R^n</math>, геометрическая интерпретация нормы.</p> <p>Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Расстояние между элементами в <math>R^n</math>, как норма их разности.</p> <p>Окрестность точки. Ограниченные множества. Внутренние и граничные точки множества. Граница множества.</p> <p>Открытые, замкнутые множества. Компакты. Открытые и замкнутые множества, задаваемые системами уравнений и неравенств.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Последовательности в <math>\mathbb{R}^n</math> и их пределы.          Основные свойства открытых и замкнутых множеств. Характеризация компактов.          Экономические примеры. Бюджетное множество, технологическое множество.          Числовые функции многих переменных (ФМП). Понятие линий и поверхностей уровня ФМП.          Элементарные ФМП.          Прямые и гиперплоскости в <math>\mathbb{R}^n</math>. Выпуклые множества. Выпуклая оболочка множества.          Теоремы об отделимости.          Экономические примеры. Многомерные экономические модели.</p>			
13	<p>Тема:          Предел и непрерывность ФМП          Основные вопросы:          Предел ФМП.          Теорема о связи предела ФМП с пределами ее компонент.          Предел по направлению.          Теорема о вычислении предела функции двух переменных в полярных координатах.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Непрерывные ФМП.          Непрерывность элементарных ФМП.          Непрерывные кривые и поверхности, и их параметризации.          Линейно связные множества.          Локальные свойства непрерывных ФМП.          Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении.          Экономические примеры. Производственные функции (Кобба-Дугласа, Леонтьева и др.), функции полезности; бюджетное множество.          Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема Вейерштрасса.          Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении.          Образ линейно связного множества.</p> <p>Экономические примеры. Достижимость максимальных и минимальных значений функций полезности при естественных ограничениях</p>			
14	<p>Тема:          Дифференцируемые ФМП          Основные вопросы:          Частные производные ФМП.          Эластичность ФМП по фиксированной переменной.          Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал.          Необходимое условие дифференцируемости ФМП.          Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП.          Достаточное условие дифференцируемости. Теорема о дифференцируемости сложной ФМП.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Правило вычисления дифференциала сложной ФМП.          Инвариантность первого дифференциала.          Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня.          Геометрический смысл дифференциала.          Градиент и его основные свойства.          Производная по направлению.          Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.          Понятие стационарных и седловых точек.</p> <p>Экономические примеры. Интерпретация частных производных производственных функций. Пример производной производственной сложной функции (капитал и труд зависят от времени). Производственные функции и функции полезности со свойством CES.          Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП)</p>			
15	<p>Тема:          Частные производные и дифференциалы высших порядков ФМП. Формула Тейлора.          Основные вопросы:</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к</p>	2	5



<p>Частные производные ФМП.  Эластичность ФМП по фиксированной переменной.  Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал.  Необходимое условие дифференцируемости ФМП.  Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП.  Достаточное условие дифференцируемости.  Экономические примеры. Интерпретация частных производных производственных функций. Пример производной производственной сложной функции (капитал и труд зависят от времени). Производственные функции и функции полезности со свойством CES.  Теорема о дифференцируемости сложной ФМП.</p> <p>Правило вычисления дифференциала сложной ФМП.  Инвариантность первого дифференциала.  Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня.  Геометрический смысл дифференциала.  Градиент и его основные свойства.  Производная по направлению.  Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.  Понятие стационарных и седловых точек.  Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).  Частные производные высших порядков ФМП.  Теорема об условиях равенства смешанных производных.  Дифференциал второго порядка ФМП.  Матрица Гессе.  Дифференциалы высших порядков.  Формула Тейлора для ФМП с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.  Достаточное условие экстремума ФМП.</p>	<p>контрольной работе</p>		
---	---------------------------	--	--

	<p>Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай нескольких переменных), продолжение.</p> <p>Основные задачи безусловной оптимизации.</p> <p>Метод наименьших квадратов.</p> <p>Понятие об уравнении регрессии.</p> <p>Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай нескольких переменных), продолжение; дискретная задача о пространственном оптимальном размещении объектов (магазинов, складов и т.д.), эконометрические приложения (уравнение линейной регрессии).</p>			
16	<p>Тема:</p> <p>Неявно заданные ФМП и отображения</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Понятие неявно заданной функции.</p> <p>Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции, задаваемой одним уравнением (схема доказательства).</p> <p>Понятие неявно заданной векторной функции и теорема об её существовании и дифференцируемости (без доказательства).</p> <p>Вычисление эластичности неявно заданных функций.</p> <p>Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров.</p> <p>Теорема об огибающей для безусловных экстремумов.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров.</p> <p>Теорема об огибающей для безусловных экстремумов.</p> <p>Экономические примеры. Пример неявной производственной функции и ее частных производных, эластичность замещения.</p> <p>Понятие регулярного отображения и теорема о существовании локально обратимого отображения.</p> <p>Условия зависимости системы числовых функций.</p> <p>Экономические примеры. Модель национального дохода, обратные задачи в моделях рынка.</p> <p>Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции.</p> <p>Теорема Эйлера об однородных функциях.</p> <p>Кривые Энгеля для однородной функции полезности.</p> <p>Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Экономические примеры. Производственная функция Кобба-Дугласа. Приложения однородных функций в теории потребления.</p> <p>Однородные CES-функции.</p>			
17	<p>Тема:</p> <p>Задача на условный экстремум</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Задача на условный экстремум для функции многих переменных: определение точки условного экстремума функции многих переменных при наличии связей в виде равенств.</p> <p>Метод подстановки решения задачи на условный экстремум.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Метод множителей Лагранжа.          Необходимое условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.          Экономические примеры. Экономический смысл множителей Лагранжа. Понятие теневых цен. Задачи оптимизации в экономике.          Достаточное условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.</p> <p>Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на компакте, метод параметризации границ.          Экономические примеры. Задачи выбора товаров, максимизирующего функцию полезности при бюджетном ограничении; двойственная (хиксианская) задача минимизации затрат потребителя на приобретение набора благ при условии ограничений снизу на полезность наборов, спрос Хикса; задача минимизации издержек при заданном объеме выпуска продукции.          Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.          Теорема об огибающей для условных экстремумов.</p>			
18	<p>Тема:          Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве          Основные вопросы:</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к</p>	2	5

	<p>Элементы выпуклого анализа. Свойства выпуклых (вогнутых) функций: о выпуклости области определения, о выпуклости положительной линейной комбинации выпуклых функций, о непрерывности выпуклых функций, о максимуме (минимуме) выпуклых (вогнутых) функций.</p> <p>Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемой функции.</p> <p>Экстремальные свойства выпуклых функций.</p> <p>Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике.</p> <p>Задачи оптимизации с ограничениями типа неравенств.</p> <p>Условия Каруша — Куна — Таккера.</p> <p>Экономические примеры.</p> <p>Выпуклые задачи в экономике (продолжение).</p> <p>Метод опорных векторов в задачах кредитного скоринга (решение задачи).</p>	<p>подготовка к контрольной работе</p>		
19	<p>Тема:</p> <p>Кратные интегралы</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Кратные интегралы. Мотивация введения кратного интеграла: геометрические и экономические задачи.</p> <p>Понятие измеримого множества и его меры в <math>\mathbb{R}^n</math> (меры Жордана), свойства меры Жордана.</p> <p>Понятие множества меры нуль. Критерий измеримости множества.</p> <p>Понятие кратного интеграла по измеримому множеству (разбиение множества, мелкость разбиения, выборка точек в разбиении, интегральная сумма).</p> <p>Критерии интегрируемости, классы интегрируемых функций.</p> <p>Свойства кратных интегралов.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Вычисление кратных интегралов с помощью повторных. Примеры. Замена переменных в кратном интеграле.</p> <p>Экономические примеры. Экономические задачи (объем выпуска при заданной пространственной плотности размещения производства, объем трафика при заданной плотности распределения источников и т.д.)</p>			
20	<p>Тема: Числовые ряды Основные вопросы: Числовые ряды. Частичные суммы, сходимость ряда и его сумма. Необходимое условие сходимости и его отрицание. Примеры. Свойства сходящихся числовых рядов. Критерий Коши сходимости числового ряда и его отрицание. Гармонический ряд. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признак ограниченности, признаки сравнения, интегральный признак, признак Даламбера, радикальный признак Коши. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница, оценка остатка. Экономические примеры. Задача о нахождении рыночной цены бессрочной облигации. Задача об оценке прибыли от инвестиций</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5
21	<p>Тема: Функциональные ряды Основные вопросы:</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно ..</p>	2	5

	<p>Функциональные последовательности и ряды. Поточечная, на множестве и равномерная сходимости последовательностей и рядов. Условия равномерной сходимости функциональных рядов, признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы</p> <p>Равномерная сходимость степенного ряда, его дифференцируемость и интегрируемость.</p> <p>Ряд Тейлора. Условия представимости функции своим рядом Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Примеры. Приложения рядов к приближенным вычислениям.</p>	й литературы; подготовка к контрольной работе		
22	<p>Тема: Основные понятия теории дифференциальных уравнений Основные вопросы: Основные понятия дифференциальных уравнений. Уравнения с разделяющимися переменными.</p> <p>Основные определения теории дифференциальных уравнений, фазовые пространства, векторные поля, интегральные траектории. Метод разделения переменных. Простейшая модель фирмы.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5
23	<p>Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно первой производной Основные вопросы:</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	6

	<p>Линейные уравнения. Модель Мальтуса. Существование и единственность решения уравнений первого порядка. Уравнение в полных дифференциалах Примеры уравнений первого порядка, разрешенных относительно первой производной.</p> <p>Линейные неоднородные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Модель Солоу.</p> <p>Уравнения порядка выше первого, сводящиеся к уравнениям первого порядка (методы понижения порядка).</p>	работе		
24	<p>Тема: Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка Основные вопросы: Линейные уравнения n-го порядка. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейная зависимость и независимость решений. Пространство решений, размерность и базис. Определитель Вронского. Неоднородные уравнения, метод вариации произвольных постоянных, уравнения со специальной правой частью.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5
25	<p>Тема: Линейные системы дифференциальных уравнений Основные вопросы: Линейные системы. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Экспонента матрицы.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	6



	<p>Основная теорема теории линейных уравнений с постоянными коэффициентами.</p> <p>Формулировка теоремы о жордановой нормальной форме матрицы (ЖНФ).</p> <p>Вычисление матрицы экспоненты в случае кратных собственных значений, рассмотрение различных случаев, когда ЖНФ содержит одну или несколько жордановых клеток.</p> <p>Вывод формул решения для систем второго и третьего порядков.</p> <p>Модель выравнивания цены по уровню актива.</p>			
26	<p>Тема:</p> <p>Теория устойчивости</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Теория устойчивости. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову.</p> <p>Асимптотическая устойчивость.</p> <p>Функция Ляпунова, теорема об устойчивости по первому приближению.</p> <p>Классификация положений равновесия линейной однородной системы второго порядка.</p> <p>Нелинейные автономные системы второго порядка, линеаризация систем, применение теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению для определения поведения решения в окрестности положения равновесия нелинейной системы.</p> <p>Модель Вольтерры-Лотки.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5
27	<p>Тема:</p> <p>Разностные уравнения первого порядка</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Разностные уравнения первого порядка.</p> <p>Основные определения. Задача Коши. Линейные разностные уравнения и системы с постоянными вещественными коэффициентами.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5

	<p>Линейное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянной. Линейное однородное разностное уравнение <math>n</math>-го порядка. Пространство решений, базис и размерность. Общее решение однородного разностного уравнение <math>n</math>-го порядка.</p> <p>Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью. Модель Самуэльсона-Хикса.</p>			
28	<p>Тема: Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений Основные вопросы: Линейная однородная система разностных уравнений. Пространство решений базис и размерность. Общее решение системы разностных уравнений. Неоднородные системы. Пространство решений базис и размерность. Общее решение системы разностных уравнений. Неоднородные системы. Метод вариации и метод исключения. Динамическая модель межотраслевого баланса.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5

	<p>Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений.</p> <p>Понятие устойчивости решений разностных уравнений и систем.</p> <p>Необходимые и достаточные условия устойчивости решений линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами.</p> <p>Формулировка теоремы о существовании устойчивого положения равновесия нелинейного автономного разностного уравнения первого порядка.</p> <p>Примеры разностных уравнений в экономике и связь с понятием устойчивости (паутинообразная модель рынка)</p>			
<b>Итого</b>			<b>75</b>	<b>177</b>

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Дескрипторы	Компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-2</b>		

<b>Знать</b>	основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач; основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых, функциональных, степенных рядов; методы асимптотического и экстремального анализа функций и последовательностей, методы поиска интегралов и производных; теоретические основы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами и исследования вопросов устойчивости	контрольная работа
<b>Уметь</b>	применять методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений для решения экономических и управленческих задач; строить математические модели основных систем и процессов в экономике и управлении; решать задачи, формулируемые в разных разделах математического анализа и теории дифференциальных уравнений, и оценивать точность получаемых решений; пользоваться современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора учебных задач	контрольная работа
<b>Владеть</b>	навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; техниками суммирования членов ряда, поиска экстремума, поиска асимптот, поиска интегралов и производных, решения обыкновенных дифференциальных уравнений	зачет; экзамен

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценочные средства	Уровни сформированности компетенции			
	Компетентность несформирована	Базовый уровень компетентности	Достаточный уровень компетентности	Высокий уровень компетентности
контрольная работа	1-59% правильных ответов	60 -69% правильных ответов	70-89% правильных ответов	90-100% правильных ответов
зачет	1-59% правильных ответов	60 -69% правильных ответов	70-89% правильных ответов	90-100% правильных ответов
экзамен	Не раскрыт полностью ни один теор. вопрос, практические задания не выполнены или выполнены с грубыми ошибками	Теор. вопросы раскрыты с замечаниями, однако логика соблюдена. Практическое задание выполнено, но с замечаниями: намечен ход выполнения, однако не полностью раскрыты возможности выполнения	Работа выполнена с несущественным и замечаниями	Работа выполнена полностью, оформлена по требованиям

**7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**7.3.1.1. Примерные задания для контрольной работы  
(1 семестр ОФО /1 семестр ЗФО)**

1. Примерные задания для контрольной работы приведены в Приложении

**7.3.1.2. Примерные задания для контрольной работы  
(2 семестр ОФО /2 семестр ЗФО)**

1. Примерные задания для контрольной работы приведены в Приложении

1. Множества и операции над ними (объединение, пересечение, разность).  
Объединение и пересечение множеств. Основные тождества алгебры множеств.  
Понятие о числовых множествах. Упорядоченные пары и декартово произведение множеств.

2. Множество  $N$  натуральных чисел.

Числовые множества  $Z$  и  $Q$ .

Множество  $R$  действительных чисел. Аксиома непрерывности (полноты).

3. Числовая прямая. Отрезки, интервалы и другие промежутки числовой прямой.  
Окрестности. Длина отрезка на числовой прямой.

Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств.  
Принципы супремума и инфимума.

4. Понятие о мощности множества. Конечные, счетные и несчетные множества.  
Несчетность множества действительных чисел.

5. Соответствия и отображения (функции). Способы задания функций. Образы и прообразы точек и множеств при заданном отображении.

Композиция функций.

Обратимость функции и обратная функция.

Сюръекция, инъекция, биекция.

6. Числовые функции одной действительной переменной. Четные, нечетные, периодические функции. Области возрастания и убывания, экстремумы.  
Монотонные и ограниченные функции.

7. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Область определения. Множество значений.  
Многочлены. Деление многочленов. Разложение многочленов на множители.  
Рациональные функции и простые дроби.  
Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.
8. Экономические примеры: стандартные функции, используемые в экономических моделях; функции полезности (благополучия) и задачи их оптимизации, функции спроса Торнквиста, функции общего и среднего дохода, прибыли фирмы, функции общих и средних издержек.
9. Последовательности как функции, определенные на множестве натуральных чисел или его начальном отрезке. Числовые последовательности.  
Последовательности, заданные рекуррентно. Линейные рекуррентные последовательности.
10. Арифметические и геометрические прогрессии.  
Биномиальные коэффициенты и формула бинома Ньютона.  
Неравенство Бернулли.
11. Монотонные последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности.  
Экономические примеры. Дискретные финансовые потоки; формулы начисления простых и сложных процентов, формула аннуитета.
12. Предел последовательности. Единственность предельного значения.  
Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, последовательности с пределами  $\pm\infty$ .  
Ограниченность последовательности, имеющей предел.
13. Арифметические свойства пределов последовательностей. Свойства пределов, связанные с неравенствами.  
Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Теорема «о двух полицейских».
14. Число  $e$ . Экономические примеры. Экономическая интерпретация числа  $e$ : предельный случай непрерывного начисления процентов.
15. Понятие предела функции по Гейне и Коши.  
Пределы на бесконечности и бесконечные пределы.  
Односторонние пределы.
16. Свойства пределов функции: локальные, арифметические, связанные с неравенствами.  
Замена переменных в пределе.  
Первый и второй замечательные пределы и их следствия.  
Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях (формула аннуитета, производственные функции, функции полезности и др.).

17.Символы Ландау (O-о-символика). Эквивалентность функций.

Таблица основных эквивалентностей. Свойства отношения эквивалентности.

Использование эквивалентностей при вычислении пределов.

18.Асимптоты функции. Теорема о существовании наклонной асимптоты.

Экономические примеры. Асимптотическое поведение экономических показателей в различных моделях. Асимптоты функций спроса Торнквиста, асимптотическое поведение производственной функции в различных моделях роста.

19.Понятие непрерывной функции.

Точки разрыва и их классификация.

Локальные свойства непрерывных функций: локальная ограниченность непрерывных функций, сохранение знака непрерывной функцией, непрерывность сложной функции.

Непрерывность элементарных функций.

20.Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции.

Теорема Коши о нулях непрерывной функции. Метод деления отрезка пополам.

Задача локализации корней с заданной точностью.

Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции.

Теорема о существовании обратной непрерывной функции к непрерывной строго монотонной функции.

21.Определение производной функции.

Геометрический и экономический смысл производной.

Вычисление производной по определению.

Таблица производных простейших элементарных функций.

22.Правила нахождения производной.

Производная композиции функций.

Замкнутость класса элементарных функций относительно дифференцирования.

Производная параметрически заданной функции.

Производная функции, заданной неявно.

Производная обратной функции.

Логарифмическая производная и эластичность функции.

23.Односторонние и бесконечные производные.

Экономические примеры. Предельный доход фирмы, предельная производительность труда и др. Эластичность функций спроса от дохода.

Процентная ставка как относительная скорость изменения функции дохода при непрерывном начислении процентов. Соотношения между предельным и средним доходом фирмы, между предельными и средними издержками.



24. Понятие дифференцируемой функции и дифференциала.  
Геометрический смысл дифференциала.  
Применение дифференциала для приближенных вычислений.  
Теорема о связи производной и дифференцируемой функции.  
Инвариантность формы записи 1-го дифференциала.
25. Необходимое условие существования экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).  
Теорема Лагранжа о среднем значении и ее следствия: формула конечных приращений.  
Теорема Коши о среднем значении.  
Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.  
Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).
26. Производные и дифференциалы высших порядков.  
Производные  $n$ -го порядка параметрически заданной и неявно заданной функций.  
Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения двух функций.
27. Понятие многочлена Тейлора.  
Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано.  
Единственность представления формулой Тейлора.  
Многочлены Маклорена основных элементарных функций.
28. Исследование функции с помощью производных. Исследование функции на монотонность: определение монотонной функции и критерий монотонности дифференцируемой функции.
29. Исследование функции на экстремум: необходимое условие экстремума (теорема Ферма).  
Исследование функции на экстремум: 1-е достаточное условие экстремума (в терминах изменения знака первой производной).  
Исследование функции на экстремум: 2-е достаточное условия экстремума (в терминах старших производных).
30. Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба.  
Достаточное условие выпуклости, достаточное условие существования точки перегиба.  
Экономические примеры. Выпуклые задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).
31. Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции.  
Свойства неопределенного интеграла.  
Таблица неопределенных интегралов основных функций.

32. Замена переменной в неопределенном интеграле.

Интегрирование по частям.

Примеры. Экономические примеры. Задача о нахождении функции с заданной характеристикой изменения роста (населения, производства продукции и пр.), изменения цены.

33. Интегрирование рациональных функций: понятие рациональной дроби, правильная и неправильная рациональные дроби, выделение целой части в неправильной дроби, понятие простых дробей.

Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении на множители многочлена с действительными коэффициентами.

Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении правильной дроби в сумму простых дробей.

Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей.

34. Интегрирование рационально-тригонометрических функций, частные случаи интегрируемости рационально-тригонометрических функций.

Интегрирование некоторых классов иррациональных функций.

35. Определенный интеграл. Определение определенного интеграла Римана: понятия разбиения, мелкости разбиения, интегральной суммы.

Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.

Примеры неинтегрируемых функций.

Экономические примеры. Экономические модели: инвестиции и капитал, чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в непрерывном случае.

Некоторые классы интегрируемых функций: интегрируемость непрерывных функций, интегрируемость монотонных ограниченных функций.

36. Свойства определенных интегралов.

Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства: условия непрерывности и дифференцируемости.

Теорема о существовании первообразной непрерывной функции.

Формула Ньютона-Лейбница.

Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла.

Экономические примеры. Экономические модели: чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в бессрочном случае.

37. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.

Определение интеграла от неограниченной функции

Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов на конечном промежутке

Несобственные интегралы от неотрицательных на конечном промежутке функций

38.Определение несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования от неотрицательных функций

Интегралы, зависящие от параметров.

39.Некоторые приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора в полярных координатах.

### 7.3.3. Вопросы к экзамену (2 семестр ОФО /2 семестр ЗФО)

1.Множество  $n$ -мерных строк  $R^n$ , сложение строк и умножение строк на вещественные числа.

Норма элемента в  $R^n$ , геометрическая интерпретация нормы.

Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Расстояние между элементами в  $R^n$ , как норма их разности.

2.Окрестность точки. Ограниченные множества. Внутренние и граничные точки множества. Граница множества.

Открытые, замкнутые множества. Компакты. Открытые и замкнутые множества, задаваемые системами уравнений и неравенств.

3.Последовательности в  $R^n$  и их пределы.

Основные свойства открытых и замкнутых множеств. Характеризация компактов.

Экономические примеры. Бюджетное множество, технологическое множество.

4.Числовые функции многих переменных (ФМП).

Понятие линий и поверхностей уровня ФМП.

Элементарные ФМП.

Прямые и гиперплоскости в  $R^n$ . Выпуклые множества. Выпуклая оболочка множества. Теоремы об отделимости.

Экономические примеры. Многомерные экономические модели.

5.Предел ФМП.

Теорема о связи предела ФМП с пределами ее компонент.

Предел по направлению.

Теорема о вычислении предела функции двух переменных в полярных координатах.

## 6. Непрерывные ФМП.

Непрерывность элементарных ФМП.

Непрерывные кривые и поверхности, и их параметризации.

Линейно связные множества.

Локальные свойства непрерывных ФМП.

Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении.

Экономические примеры. Производственные функции (Кобба-Дугласа, Леонтьева и др.), функции полезности; бюджетное множество.

7. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема Вейерштрасса.

Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении.

Образ линейно связного множества.

Экономические примеры. Достижимость максимальных и минимальных значений функций полезности при естественных ограничениях.

## 8. Частные производные ФМП.

Эластичность ФМП по фиксированной переменной.

Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал.

Необходимое условие дифференцируемости ФМП.

Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП.

Достаточное условие дифференцируемости.

## 9. Теорема о дифференцируемости сложной ФМП.

Правило вычисления дифференциала сложной ФМП.

Инвариантность первого дифференциала.

Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня.

Геометрический смысл дифференциала.

## 10. Градиент и его основные свойства.

Производная по направлению.

Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.

Понятие стационарных и седловых точек.

Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).

Градиент и его основные свойства.

Производная по направлению.

Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.

Понятие стационарных и седловых точек.

Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).

## 11. Частные производные высших порядков ФМП.

Теорема об условиях равенства смешанных производных.

Дифференциал второго порядка ФМП. Матрица Гессе.

Дифференциалы высших порядков.

## 12. Формула Тейлора для ФМП с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.

Достаточное условие экстремума ФМП.

Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай нескольких переменных), продолжение.

Основные задачи безусловной оптимизации.

Метод наименьших квадратов.

Понятие об уравнении регрессии.

## 13. Понятие неявно заданной функции.

Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции, задаваемой одним уравнением (схема доказательства).

Понятие неявно заданной векторной функции и теорема об её существовании и дифференцируемости (без доказательства).

Вычисление эластичности неявно заданных функций.

Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров.

Теорема об огибающей для безусловных экстремумов.

Экономические примеры. Пример неявной производственной функции и ее частных производных, эластичность замещения.

Понятие регулярного отображения и теорема о существовании локально обратимого отображения.

Условия зависимости системы числовых функций.

Экономические примеры. Модель национального дохода, обратные задачи в моделях рынка.

14. Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции.

Теорема Эйлера об однородных функциях.

Кривые Энгеля для однородной функции полезности.

Поверхности уровня однородных функций.

Экономические примеры. Производственная функция Кобба-Дугласа.

Приложения однородных функций в теории потребления. Однородные CES-функции.

15. Задача на условный экстремум для функции многих переменных: определение точки условного экстремума функции многих переменных при наличии связей в виде равенств.

Метод подстановки решения задачи на условный экстремум.

16. Метод множителей Лагранжа.

Необходимое условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.

Экономические примеры. Экономический смысл множителей Лагранжа. Понятие теневых цен. Задачи оптимизации в экономике.

Достаточное условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.

17. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на компакте, метод параметризации границ.

Экономические примеры. Задачи выбора товаров, максимизирующего функцию полезности при бюджетном ограничении; двойственная (хиксианская) задача минимизации затрат потребителя на приобретение набора благ при условии ограничений снизу на полезность наборов, спрос Хикса; задача минимизации издержек при заданном объеме выпуска продукции.

Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.

Теорема об огибающей для условных экстремумов.

18. Элементы выпуклого анализа. Свойства выпуклых (вогнутых) функций: о выпуклости области определения, о выпуклости положительной линейной комбинации выпуклых функций, о непрерывности выпуклых функций, о максимуме (минимуме) выпуклых (вогнутых) функций.

Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемой функции.

Экстремальные свойства выпуклых функций.

Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике.

Задачи оптимизации с ограничениями типа неравенств.

Условия Каруша — Куна — Таккера.

Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике (продолжение). Метод опорных векторов в задачах кредитного скоринга (решение задачи).

19. Кратные интегралы. Мотивация введения кратного интеграла: геометрические и экономические задачи.

Понятие измеримого множества и его меры в  $\mathbb{R}^n$  (меры Жордана), свойства меры Жордана. Понятие множества меры нуль. Критерий измеримости множества.

Понятие кратного интеграла по измеримому множеству (разбиение множества, мелкость разбиения, выборка точек в разбиении, интегральная сумма).

Критерии интегрируемости, классы интегрируемых функций.

20. Свойства кратных интегралов.

Вычисление кратных интегралов с помощью повторных. Примеры.

Замена переменных в кратном интеграле.

Экономические примеры. Экономические задачи (объем выпуска при заданной пространственной плотности размещения производства, объем трафика при заданной плотности распределения источников и т.д.).

21. Числовые ряды. Частичные суммы, сходимость ряда и его сумма.

Необходимое условие сходимости и его отрицание. Примеры.

Свойства сходящихся числовых рядов.

Критерий Коши сходимости числового ряда и его отрицание.

Гармонический ряд.

22. Абсолютная и условная сходимость рядов.

Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признак ограниченности, признаки сравнения, интегральный признак, признак Даламбера, радикальный признак Коши.

23. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница, оценка остатка.

Экономические примеры. Задача о нахождении рыночной цены бессрочной облигации. Задача об оценке прибыли от инвестиций.

## 24. Функциональные последовательности и ряды.

Поточечная, на множестве и равномерная сходимости последовательностей и рядов.

Условия равномерной сходимости функциональных рядов, признак Вейерштрасса.

Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование.

## 25. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости, формула Коши-Адамара.

Равномерная сходимость степенного ряда, его дифференцируемость и интегрируемость.

## 26. Ряд Тейлора. Условия представимости функции своим рядом Тейлора.

Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Примеры.

Приложения рядов к приближенным вычислениям.

## 27. Основные понятия дифференциальных уравнений.

Уравнения с разделяющимися переменными.

Основные определения теории дифференциальных уравнений, фазовые пространства, векторные поля, интегральные траектории.

Метод разделения переменных.

Простейшая модель фирмы.

## 28. Линейные уравнения. Модель Мальтуса.

Существование и единственность решения уравнений первого порядка.

Уравнение в полных дифференциалах

Примеры уравнений первого порядка, разрешенных относительно первой производной.

## 29. Линейные неоднородные уравнения.

Уравнение Бернулли.

Уравнение Риккати. Модель Солоу.

Уравнения порядка выше первого, сводящиеся к уравнениям первого порядка (методы понижения порядка).

## 30. Линейные уравнения $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

Линейная зависимость и независимость решений. Пространство решений, размерность и базис. Определитель Вронского.

Неоднородные уравнения, метод вариации произвольных постоянных, уравнения со специальной правой частью.



31. Линейные системы. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Экспонента матрицы.

Основная теорема теории линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Формулировка теоремы о жордановой нормальной форме матрицы (ЖНФ).

Вычисление матрицы экспоненты в случае кратных собственных значений, рассмотрение различных случаев, когда ЖНФ содержит одну или несколько жордановых клеток.

32. Вывод формул решения для систем второго и третьего порядков.

Модель выравнивания цены по уровню актива.

33. Теория устойчивости. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову.

Асимптотическая устойчивость.

Функция Ляпунова, теорема об устойчивости по первому приближению.

Классификация положений равновесия линейной однородной системы второго порядка.

34. Нелинейные автономные системы второго порядка, линеаризация систем, применение теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению для определения поведения решения в окрестности положения равновесия нелинейной системы.

Модель Вольтерры-Лотки.

35. Разностные уравнения первого порядка.

Линейные разностные уравнения и системы с постоянными вещественными коэффициентами.

Разностное уравнение первого порядка. Основные определения. Задача Коши.

36. Линейное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами.

Метод вариации постоянной.

Линейное однородное разностное уравнение  $n$ -го порядка. Пространство решений, базис и размерность. Общее решение однородного разностного уравнения  $n$ -го порядка.

Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью.

Модель Самуэльсона-Хикса.

37. Линейная однородная система разностных уравнений. Пространство решений базис и размерность. Общее решение системы разностных уравнений.

38. Неоднородные системы.

Метод вариации и метод исключения.

Динамическая модель межотраслевого баланса.

39. Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений.

Понятие устойчивости решений разностных уравнений и систем.

Необходимые и достаточные условия устойчивости решений линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами.

40. Формулировка теоремы о существовании устойчивого положения равновесия нелинейного автономного разностного уравнения первого порядка.

Примеры разностных уравнений в экономике и связь с понятием устойчивости (паутинообразная модель рынка)

#### **7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

##### **7.4.1. Оценивание выполнения контрольной работы**

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота и правильность ответа	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
	6-7	7-9	9-10
Степень осознанности, понимания изученного	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
	6-7	7-9	9-10
Языковое оформление ответа	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
	6-8	8-9	9-10

Соблюдение требований к оформлению	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Правильное оформление ссылок на используемую литературу; грамотность и культура изложения; владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы; соблюдение требований к объему реферата
	6-7	7-9	9-10
Грамотность	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Отсутствие орфографических и синтаксических ошибок, стилистических погрешностей; отсутствие опечаток, сокращений слов, кроме общепринятых; литературный стиль
	6-7	7-9	9-10
Итого	30 - 36	36 - 45	45 - 50

#### 7.4.2. Оценивание зачета

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота ответа, последовательность и логика изложения	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
	10-12	12-15	15-17
Правильность ответа, его соответствие рабочей программе учебной дисциплины	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 3	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 2	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины
	10-12	12-15	15-17
Способность студента аргументировать свой ответ и приводить примеры	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 3 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 2 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены
	10-12	12-15	15-17

Осознанность излагаемого материала	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
	10-12	12-15	15-16
Соответствие нормам культуры речи	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
	10-12	12-15	15-16
Качество ответов на вопросы	Есть замечания к ответам, не более 3	В целом, ответы раскрывают суть вопроса	На все вопросы получены исчерпывающие ответы
	10-12	12-15	15-17
Итого	60 - 72	72 - 90	90 - 100

### 7.4.3. Оценивание экзамена

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота ответа, последовательность и логика изложения	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
	5-6	7-8	8-9
Правильность ответа, его соответствие рабочей программе учебной дисциплины	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 3	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 2	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины
	5-6	6-7	8-9
Способность студента аргументировать свой ответ и приводить примеры	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 3 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 2 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены
	5-6	6-7	7-8
Осознанность излагаемого материала	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
	5-6	6-7	7-8
Соответствие нормам культуры речи	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи

	5-6	6-7	7-8
Качество ответов на вопросы	Есть замечания к ответам, не более 3	В целом, ответы раскрывают суть вопроса	На все вопросы получены исчерпывающие ответы
	5-6	6-7	7-8
Итого	30 - 36	37 - 43	44 - 50

### 7.5. Итоговая рейтинговая оценка текущей и промежуточной аттестации студента по дисциплине

По учебной дисциплине «Математический анализ» используется 100-балльная рейтинговая система оценивания (50 баллов текущего контроля и 50 баллов промежуточного контроля), итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает экзамен и зачёт. В семестре, где итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает экзамен, в зачетно-экзаменационную ведомость вносится оценка по четырехбалльной системе. Обучающийся, выполнивший не менее 60 % учебных поручений, предусмотренных учебным планом и РПД, допускается к экзамену. Наличие невыполненных учебных поручений может быть основанием для дополнительных вопросов по дисциплине в ходе промежуточной аттестации. Оценка на экзамене – 30-50 баллов, которые суммируются с баллами семестра, после чего выводится общий результат. В итоге обучающийся, получивший не менее 60 баллов, считается аттестованным.

В семестре, где итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает зачет, зачет выставляется во время последнего практического занятия при условии выполнения не менее 60% учебных поручений, предусмотренных учебным планом и РПД. Наличие невыполненных учебных поручений может быть основанием для дополнительных вопросов по дисциплине в ходе промежуточной аттестации. Во всех остальных случаях зачет сдается обучающимися в даты, назначенные преподавателем в период соответствующий промежуточной аттестации.

Итоговая рейтинговая оценка  $R$  академической успешности студента по дисциплине определяется по формуле:

$$R = \sum_i^n T_i + \mathcal{E}, \text{ где}$$

$T_i$  – рейтинговая оценка студента по всем формам текущего контроля;

$\mathcal{E}$  – рейтинговая оценка студента по результатам экзамена (зачета).

**Шкала оценивания текущей и промежуточной аттестации студента**

Уровни формирования компетенции	Сумма баллов по всем формам контроля	Оценка по четырехбалльной шкале	
		для экзамена	для зачёта
Высокий	90-100	отлично	зачтено
Достаточный	74-89	хорошо	
Базовый	60-73	удовлетворительно	
Компетенция не сформирована	0-59	неудовлетворительно	не зачтено

**Рейтинговая оценка текущего контроля за 1 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
контрольная работа	60 - 72	72 - 90	90 - 100
Общая сумма баллов	60 - 72	72 - 90	90 - 100

**Рейтинговая оценка промежуточного контроля за 1 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Зачет	60 - 72	72 - 90	90 - 100

**Рейтинговая оценка текущего контроля за 2 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
контрольная работа	30 - 36	36 - 45	45 - 50
Общая сумма баллов	30 - 36	36 - 45	45 - 50

**Рейтинговая оценка промежуточного контроля за 2 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Экзамен	30 - 36	37 - 43	44 - 50

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

**Основная литература.**

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно- метод пособие, др.)	Кол-во в библ.
1.	Кремер Н.Ш. Математический анализ: учебник и практикум для академ. бакалавриата. Соответствует ФГОС ВО. Часть 2 / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; рец.: В. А. Никишкин, А. С. Солодовников ; ред. Н. Ш. Кремер. - М.: Юрайт, 2017. - 390 с.	учебник	10
2.	Балдин, К. В. Математический анализ : выставочные материалы / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 3-е изд. - Москва : ФЛИНТА, 2015. - 361 с.	Учебники	<a href="https://e.lanbook.com/book/74580">https://e.lanbook.com/book/74580</a>
3.	Будаев, В. Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных : учебное пособие / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 456 с.	Учебники	<a href="https://e.lanbook.com/book/96244">https://e.lanbook.com/book/96244</a>
4.	Будаев В.Д. Математический анализ. Функции одной переменной: учебник для студ. вузов, обуч. по направл. 050200 - "Физико-математическое образование" / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; рец.: Н. А. Широков, В. П. Одинец. - СПб. М. Краснодар: Лань, 2012. - 544 с.	учебник	12
5.	Малугин В.А. Математический анализ для экономического бакалавриата: учебное пособие для студ. вузов, обуч. по напр. 080100 "Экономика" / В. А. Малугин. - М.: Юрайт-М, 2015. - 557 с.	учебное пособие	10
6.	Горлач Б.А. Математический анализ: учеб. пособие / Б. А. Горлач. - СПб. М. Краснодар: Лань, 2013. - 608 с.	учебное пособие	14
7.	Введение в курс математики. Математический анализ [Электронный ресурс] : практикум. - Пермь: ПГПУ, 2016. - 20 с.	практикум	<a href="https://e.lanbook.com/book/129531">https://e.lanbook.com/book/129531</a>

8.	Латышева Л.П. Математический анализ: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016 г.	практикум	<a href="http://www.iprb-bookshop.ru/86364">http://www.iprb-bookshop.ru/86364</a>
9.	Бабайцев, В. А. Математический анализ / В. А. Бабайцев, В. Н. Орел, А. А. Рылов. - Москва : Финансы и статистика, 2013. - 368 с.	Практикумы, лабораторные работы, сборники	<a href="https://e.lanbook.com/book/28351">https://e.lanbook.com/book/28351</a>
10.	Галкин, С. В. Математический анализ : учебное пособие / С. В. Галкин. - 2-е изд. - Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. - 128 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/103562">https://e.lanbook.com/book/103562</a>
11.	Туганбаев, А. А. Математический анализ: Пределы : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 65 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/119437">https://e.lanbook.com/book/119437</a>
12.	Туганбаев, А. А. Математический анализ: Производные графики функций : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., доп. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 93 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/119438">https://e.lanbook.com/book/119438</a>
13.	Туганбаев, А. А. Математический анализ: Интегралы : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 3-е изд., доп. - Москва : ФЛИНТА, 2019. - 88 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/119439">https://e.lanbook.com/book/119439</a>
14.	Туганбаев, А. А. Математический анализ: Ряды : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 4-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2017. - 49 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/108267">https://e.lanbook.com/book/108267</a>
15.	Трухан А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Санкт-Петербург: Лань, 2020. - 268 с.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/111893">https://e.lanbook.com/book/111893</a>



16.	Дубровский, В. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения : учебное пособие / В. В. Дубровский, В. В. Дубровский, С. И. Кадченко. - Москва : ФЛИНТА, 2015. - 180 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/70336">https://e.lanbook.com/book/70336</a>
17.	Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость : учебное пособие / А. П. Жабко, Е. Д. Котина, О. Н. Чижова. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 320 с.	Учебники	<a href="https://e.lanbook.com/book/60651">https://e.lanbook.com/book/60651</a>
18.	Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 280 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/115196">https://e.lanbook.com/book/115196</a>

### Дополнительная литература.

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-метод пособие, др.)	Кол-во в библи.
1.	Кремер Н.Ш. Математический анализ: учебник и практикум для академ. бакалавриата. Соответствует ФГОС ВО. Часть 1 / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; рец.: В. А. Никишкин, А. С. Солодовников ; ред. Н. Ш. Кремер. - М.: Юрайт, 2017. - 246 с.	учебник	10
2.	Солодовников, А. С. Математика в экономике : учебник / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Финансы и статистика, [б. г.]. — Часть 2 : Математический анализ — 2011. — 560 с. — ISBN 978-5-279-03489-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/5364">https://e.lanbook.com/book/5364</a> (дата обращения: 30.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.	Учебники	<a href="https://e.lanbook.com/book/5363">https://e.lanbook.com/book/5363</a>
3.	Иванов О. Математический анализ для первокурсников/ О. Иванов, С. Климчук. - М.: МЦНМО, 2013. - 136 с.		10

4.	Столярова, З. Ф. Как вычислять пределы : учебное пособие по курсу «математический анализ» / З. Ф. Столярова. - Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. - 181 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/58446">https://e.lanbook.com/book/58446</a>
5.	Филимоненкова, Н. В. Множества и отображения. Интенсивное введение в математический анализ для студентов технических вузов : учебное пособие / Н. В. Филимоненкова, П. А. Бакусов. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 180 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/91876">https://e.lanbook.com/book/91876</a>
6.	Туганбаев, А. А. Дифференциальные уравнения: учебник / А. А. Туганбаев. - 3-е изд. - Москва : ФЛИНТА, 2012. - 34 с.	Учебники	<a href="https://e.lanbook.com/book/44668">https://e.lanbook.com/book/44668</a>
7.	Асхабов, С. Н. Дифференциальные уравнения в упражнениях и задачах : учебное пособие / С. Н. Асхабов, Х. С. Тарамова. - Грозный : ЧГПУ, 2018. - 130 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/139414">https://e.lanbook.com/book/139414</a>

### 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1.Поисковые системы: <http://www.rambler.ru>, <http://yandex.ru>,
- 2.Федеральный образовательный портал [www.edu.ru](http://www.edu.ru).
- 3.Российская государственная библиотека <http://www.rsl.ru/ru>
- 4.Государственная публичная научно-техническая библиотека России URL: <http://gpntb.ru>.
- 5.Государственное бюджетное учреждение культуры Республики Крым «Крымская республиканская универсальная научная библиотека» <http://franco.crimealib.ru/>
- 6.Педагогическая библиотека <http://www.pedlib.ru/>
- 7.Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (РИНЦ) <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

### 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

#### Общие рекомендации по самостоятельной работе бакалавров

Подготовка современного бакалавра предполагает, что в стенах университета он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы.

Самостоятельная работа формирует творческую активность бакалавров, представление о своих научных и социальных возможностях, способность вычленять главное, совершенствует приемы обобщенного мышления, предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем, определенных программой.

Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются: самоподготовка по отдельным вопросам; работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к зачету; подготовка к экзамену.

Важной частью самостоятельной работы является чтение учебной литературы. Основная функция учебников – ориентировать в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. Учебник также служит путеводителем по многочисленным произведениям, ориентируя в именах авторов, специализирующихся на определённых научных направлениях, в названиях их основных трудов. Вторая функция учебника в том, что он очерчивает некий круг обязательных знаний по предмету, не претендуя на глубокое их раскрытие.

Чтение рекомендованной литературы – это та главная часть системы самостоятельной учебы бакалавра, которая обеспечивает подлинное усвоение науки. Читать эту литературу нужно по принципу: «идея, теория, метод в одной, в другой и т.д. книгах».

Во всех случаях рекомендуется рассмотрение теоретических вопросов не менее чем по трем источникам. Изучение проблемы по разным источникам – залог глубокого усвоения науки. Именно этот блок, наряду с выполнением практических заданий является ведущим в структуре самостоятельной работы студентов.

Вниманию бакалавров предлагаются список литературы, вопросы к самостоятельному изучению и вопросы к зачету и экзамену.

Для успешного овладения дисциплиной необходимо выполнять следующие требования:

- 1) выполнять все определенные программой виды работ;
- 2) посещать занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и, зачастую, самостоятельного теоретического овладения пропущенным материалом недостаточно для качественного его усвоения;
- 3) все рассматриваемые на занятиях вопросы обязательно фиксировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;

4) проявлять активность при подготовке и на занятиях, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому бакалавру;

5) в случаях пропуска занятий по каким-либо причинам обязательно отрабатывать пропущенное преподавателю во время индивидуальных

Внеурочная деятельность бакалавра по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение практических заданий;
- выработку умений научной организации труда.

Успешная организация времени по усвоению данной дисциплины во многом зависит от наличия у бакалавра умения самоорганизовать себя и своё время для выполнения предложенных домашних заданий. Объём заданий рассчитан максимально на 2-3 часа в неделю. При этом алгоритм подготовки будет следующим:

- 1 этап – поиск в литературе теоретической информации по предложенным преподавателем вопросам;
- 2 этап – осмысление полученной информации, освоение терминов и понятий;
- 3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос;
- 4 этап – поиск примеров по данной проблематике.

### **Работа с базовым конспектом**

Программой дисциплины предусмотрено чтение лекций в различных формах их проведения: проблемные лекции с элементами эвристической беседы, информационные лекции, лекции с опорным конспектированием, лекции-визуализации.

На лекциях преподаватель рассматривает вопросы программы курса, составленной в соответствии с государственным образовательным стандартом. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу.

Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям.

Во время самостоятельной проработки лекционного материала особое внимание следует уделять возникшим вопросам, непонятным терминам, спорным точкам зрения. Все такие моменты следует выделить или выписать отдельно для дальнейшего обсуждения на практическом занятии. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией. Полный список литературы по дисциплине приведен в рабочей программе дисциплины.

### **Подготовка к зачету**

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений, компетенций, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины. Обычный зачет отличается от экзамена только тем, что преподаватель не дифференцирует баллы, которые он выставляет по его итогам.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра, а не за несколько дней до его проведения.

Подготовка включает следующие действия. Прежде всего нужно перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра. Затем надо соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету. Если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Речь идет не о шпаргалке, а о формировании в сознании четкой логической схемы ответа на вопрос. Накануне зачета необходимо повторить ответы, не заглядывая в записи. Время на подготовку к зачету по нормативам университета составляет не менее 4 часов.

### **Подготовка к экзамену**

Экзамен является традиционной формой проверки знаний, умений, компетенций, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины. В случае проведения экзамена студент получает баллы, отражающие уровень его знаний.

Правила подготовки к экзаменам:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам.
- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.
- Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения (или по программе данного преподавателя), и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости))**

Информационные технологии применяются в следующих направлениях:  
оформление письменных работ выполняется с использованием текстового редактора;

демонстрация компьютерных материалов с использованием мультимедийных технологий;

использование информационно-справочного обеспечения, такого как: правовые справочные системы (Консультант+ и др.), онлайн словари, справочники (Грамота.ру, Интуит.ру, Википедия и др.), научные публикации.

использование специализированных справочных систем (электронных учебников, справочников, коллекций иллюстраций и фотоизображений, фотобанков, профессиональных социальных сетей и др.).

OpenOffice Ссылка: <http://www.openoffice.org/ru/>

Mozilla Firefox Ссылка: <https://www.mozilla.org/ru/firefox/new/>

Libre Office Ссылка: <https://ru.libreoffice.org/>

Do PDF Ссылка: <http://www.dopdf.com/ru/>

7-zip Ссылка: <https://www.7-zip.org/>

Free Commander Ссылка: <https://freecommander.com/ru>

be Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>попо

Gimp (графический редактор) Ссылка: <https://www.gimp.org/>

ImageMagick (графический редактор) Ссылка: <https://imagemagick.org/script/index.php>

VirtualBox Ссылка: <https://www.virtualbox.org/>

Adobe Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>

Операционная система Windows 8.1 Лицензионная версия по договору №471\1 от 11.12.2014 г.

Электронно-библиотечная система Библиокомплектатор

Национальна электронная библиотека - федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская государственная библиотека» (ФГБУ «РГБ»)

Редакция Базы данных «ПОЛПРЕД Справочники»

Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

- компьютерный класс и доступ к сети Интернет (во время самостоятельной подготовки) (должен быть приложен график занятости компьютерного класса);
- проектор, совмещенный с ноутбуком для проведения лекционных занятий преподавателем и презентации студентами результатов работы
- раздаточный материал для проведения групповой работы;
- методические материалы к практическим занятиям, лекции (рукопись, электронная версия), дидактический материал для студентов (тестовые задания, мультимедийные презентации);
- Для проведения лекционных занятий необходима специализированная аудитория, оснащенная интерактивной доской.

Примерные задания для контрольной работы

**Контрольная работа №1.**

Задание 1.

Вычислить предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+3} - \sqrt{n-1})$ .

Задание 2.

Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 1}{16x}$

Задание №3.

Вычислить производную функции  $y = x^5 \cdot \operatorname{tg} x$

Задание №4.

Найти дифференциал функции  $f(x) = \cos 5x$ .

Задание №5.

Найти максимумы и минимумы функции  $y = \frac{4x}{x^2+4}$ .

**Контрольная работа №2.**

Задание 1.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int (2\cos x + 7e^x) dx$ .

Задание 2.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{2x-3}{x^2-3x-10} dx$ .

Задание №3.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sin^2 x dx$ .

Задание №4.

Вычислить определенный интеграл  $\int_0^2 e^x dx$ .

Задание №5.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x}} dx$ .

**Контрольная работа №3 по математическому анализу.**

Задание 1.

Вычислить  $z'_x$ , если  $z(x, y) = 5x + x^2 y^4$ .

Задание 2.

Вычислить  $z'''_{xxx}$ , если  $z(x, y) = 3x^5 + x^2 + 4xy$ .

Задание №3.

Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл:

$\iint_{(D)} \frac{\sin \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ , если область (D) ограничена линиями

$$x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9}, x^2 + y^2 = \pi^2.$$

Задание №4.

Решить дифференциальное уравнение  $y' = \cos x$ .

Задание №5.

Найти экстремумы функции  $z = z(x, y)$ , если  $z = x^2 + 4x + y^2 + 2y + 10$ .