



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

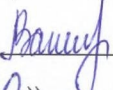
Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Республики Крым

«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»  
(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)

Кафедра математики


СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

 Э.А. Ваниева  
« 30 » 08 20 21 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

 Е.А. Павлов  
« 30 » 08 20 21 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.07 «Математический анализ»**

направление подготовки 38.03.01 Экономика  
профиль подготовки «Бухгалтерский учет, анализ и аудит»

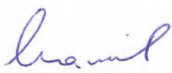
факультет экономики, менеджмента и информационных технологий

Симферополь, 2021

Рабочая программа дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» для бакалавров направления подготовки 38.03.01 Экономика. Профиль «Бухгалтерский учет, анализ и аудит» составлена на основании ФГОС ВО, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12.11.2015 № 1327.

Составитель

рабочей программы



подпись

Т.М. Шамилев, доц.

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математики от 08.08. 2021 г., протокол № 14

Заведующий кафедрой



подпись

Е.А. Павлов

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании УМК факультета экономики, менеджмента и информационных технологий

от 27.08 2021 г., протокол № 1

Председатель УМК



подпись

К.М. Османов

**1. Рабочая программа дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» для бакалавриата направления подготовки 38.03.01 Экономика, профиль подготовки «Бухгалтерский учет, анализ и аудит».**

**2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

**2.1. Цель и задачи изучения дисциплины (модуля)**

***Цель дисциплины (модуля):***

– является ознакомление обучающихся с содержанием разделов «Основы дифференциального и интегрального исчисления» и «Основы теории обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений» общего курса «Высшей математики». Этот раздел посвящен основам интегрального и дифференциального исчисления функций одной и многих переменных, элементам теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, вопросам устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений, а также практическим применениям этих разделов математического анализа к отдельным задачам экономики и управления (анализу функций полезности, функций спроса и предложения, производственных функций и т.д.).

***Учебные задачи дисциплины (модуля):***

- формирование необходимого уровня фундаментальной математической подготовки обучающихся
- ориентация обучающихся на использование методов математического анализа при решении прикладных задач
- развитие у обучающегося логического и алгоритмического мышления, умения самостоятельно расширять и углублять математические знания

**2.2. Планируемые результаты освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины Б1.Б.07 «Математический анализ» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:**

- основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач
- основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений
- основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых, функциональных, степенных рядов

- методы асимптотического и экстремального анализа функций и последовательностей, методы поиска интегралов и производных
- теоретические основы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами и исследования вопросов устойчивости

**Уметь:**

- применять методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений для решения экономических и управленческих задач
- строить математические модели основных систем и процессов в экономике и управлении
- решать задачи, формулируемые в разных разделах математического анализа и теории дифференциальных уравнений, и оценивать точность получаемых решений
- пользоваться современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора учебных задач

**Владеть:**

- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач
- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов
- техниками суммирования членов ряда, поиска экстремума, поиска асимптот, поиска интегралов и производных, решения обыкновенных дифференциальных уравнений

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП.**

Дисциплина Б1.Б.07 «Математический анализ» относится к дисциплинам базовой части учебного плана.

**4. Объем дисциплины (модуля)**

(в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся)

Семестр	Общее кол-во часов	кол-во зач. единиц	Контактные часы						СР	Контроль (время на контроль)
			Всего	лек	лаб. зан.	прак. т.зан.	сем. зан.	ИЗ		
1	108	3	60	18		42			48	За
2	108	3	54	18		36			27	Экз (27 ч.)
Итого по ОФО	216	6	114	36		78			75	27
1	108	3	14	6		8			90	За (4 ч.)
2	108	3	12	4		8			87	Экз (9 ч.)
Итого по ЗФО	216	6	26	10		16			177	13

**5. Содержание дисциплины (модуля) (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий)**

Наименование тем (разделов, модулей)	Количество часов														Форма текущего контроля
	очная форма							заочная форма							
	Всего	в том, числе						Всего	в том, числе						
		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
<b>Модуль 1. Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>															
Множества и операции над ними	7	1		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Функции	7	1		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Последовательности и их предел	8	2		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Предел функции	10	2		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
Понятие непрерывной функции	7	1		2			4	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
Понятие производной функции и дифференциала	9	1		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора	9	1		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
Приложение дифференциального исчисления функции одной переменной	9	1		4			4	9,5	0,5		1			8	контрольная работа
<b>Модуль 2. Интегральное исчисление функции одной переменной</b>															
Неопределенный интеграл	20	4		10			6	11	1		1			9	контрольная работа
Определенный интеграл	10	2		4			4	10	0,5		0,5			9	контрольная работа
Несобственный интеграл	12	2		4			6	9	0,5		0,5			8	контрольная работа
<b>Всего часов дисциплине</b>	189	36		78			75	203	10		16			177	
часов на контроль	27							13							

## 5. 1. Тематический план лекций

№ лекц	Тема занятия и вопросы лекции	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	Тема лекции: Множества и операции над ними <i>Основные вопросы:</i> Множества и операции над ними Числовые множества Числовая прямая Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств Понятие о мощности множества	Акт.	1	0,5
2.	Тема лекции: Функции <i>Основные вопросы:</i> Отображения (функции) Композиция отображений. Обратная функция Числовые функции одной действительной переменной Экономические примеры функций	Акт.	1	0,5
3.	Тема лекции: Последовательности и их предел <i>Основные вопросы:</i> Числовые последовательности Арифметические и геометрические прогрессии Монотонные последовательности Экономические примеры Предел последовательности. Свойства предела последовательности. Число $e$	Акт.	2	0,5

4.	<p>Тема лекции:  <b>Предел функции</b>  <i>Основные вопросы:</i>          Предел функции          Односторонние пределы          Свойства пределов функций          Замечательные пределы          Эквивалентность функций          Экономические примеры</p>	Акт.	2	0,5
5.	<p>Тема лекции:  <b>Понятие непрерывной функции</b>  <i>Основные вопросы:</i>          Непрерывность функции          Точки разрыва функции          Локальные свойства непрерывных функций          Функции непрерывные на множестве          Непрерывность элементарных функций          Экономические примеры</p>	Акт.	1	0,5
6.	<p>Тема лекции:  <b>Понятие производной функции и дифференциала</b>  <i>Основные вопросы:</i>          Определение производной функции          Правила вычисления производных          Производные функций заданных параметрически и заданных неявно          Понятие дифференцируемой функции и дифференциала          Теоремы о среднем для дифференцируемых функций          Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей</p>	Акт.	1	0,5
7.	<p>Тема лекции:  <b>Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора</b>  <i>Основные вопросы:</i>          Производные и дифференциалы высших порядков          Формула Тейлора          Многочлены Маклорена основных элементарных функций</p>	Акт.	1	0,5

8.	<p>Тема лекции:  <b>Приложения дифференциального исчисления функции одной переменной</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Исследование функций с помощью производных  Исследование функций на экстремум  Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба  Достаточное условие выпуклости, достаточное условие точек перегиба  Экономические примеры</p>	Акт.	1	0,5
9.	<p>Тема лекции:  <b>Неопределенный интеграл</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции  Основные методы интегрирования  Интегрирование рациональных функций  Интегрирование тригонометрических функций  Интегрирование некоторых классов иррациональных функций</p>	Акт.	4	1
10.	<p>Тема лекции:  <b>Определенный интеграл</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Определенный интеграл  Свойства определенных функций  Интегралы с переменным верхним пределом  Формула Ньютона-Лейбница  Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного  Приложения определенного интеграла</p>	Акт.	2	0,5



11.	<p>Тема лекции:  <b>Несобственный интеграл</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Несобственные интегралы  Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования  Несобственные интегралы от неограниченной функции  Признаки сходимости  Интегралы, зависящие от параметров</p>	Акт.	2	0,5
12.	<p>Тема лекции:  <b>Множества и функции в n-мерном метрическом пространстве</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Множество n-мерных строк <math>R^n</math>  Последовательности точек в <math>R^n</math> и их пределы  Числовые функции многих переменных (ФМП)  Линии и поверхности уровня ФМП  Экономические примеры</p>	Акт.	1	0,3
13.	<p>Тема лекции:  <b>Предел и непрерывность ФМП</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Предел ФМП  Предел ФМП по направлению  Непрерывные ФМП  Локальные свойства непрерывных функций  Свойства функций непрерывных на компактном множестве  Экономические примеры</p>	Акт.	1	0,3
14.	<p>Тема лекции:  <b>Дифференцируемые ФМП</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Частные производные ФМП  Дифференцируемость ФМП  Дифференциалы первого порядка ФМП  Производная по направлению  Градиент  Необходимое условие экстремума ФМП</p>	Акт.	1	0,3

15.	<p>Тема лекции:  <b>Частные производные и дифференциалы высших порядков ФМП. Формула Тейлора.</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Частные производные высших порядков ФМП  Дифференциалы высших порядков  Формула Тейлора ФМП  Достаточные условия экстремума ФМП  Экономические примеры  Метод наименьших квадратов</p>	Акт.	1	0,3
16.	<p>Тема лекции:  <b>Неявно заданные ФМП и отображения</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Неявные функции задаваемые одним уравнением  Неявные функции задаваемые системой уравнений  Условия зависимости системы функций  Однородные функции  Экономические примеры</p>	Акт.	1	0,3
17.	<p>Тема лекции:  <b>Задачи на условный экстремум</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Задачи на условный экстремум для ФМП  Метод подстановки решения задачи на условный экстремум  Метод множителей Лагранжа  Достаточные условия существования условного экстремума  Нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функций на компакте</p>	Акт.	1	0,2
18.	<p>Тема лекции:  <b>Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Элементы выпуклого анализа  Экстремальные свойства выпуклых функций  Условия Куна-Таккера  Экономические примеры</p>	Акт.	1	0,2

19.	Тема лекции: <b>Кратные интегралы</b> <i>Основные вопросы:</i> Кратные интегралы Свойства кратных интегралов Вычисление кратных интегралов с помощью повторных Замена переменных в кратном интеграле	Акт.	1	0,2
20.	Тема лекции: <b>Числовые ряды</b> <i>Основные вопросы:</i> Числовые ряды Свойства сходящихся рядов Абсолютная и условная сходимость рядов Знакопеременные ряды Экономические примеры	Акт.	1	0,2
21.	Тема лекции: <b>Функциональные ряды</b> <i>Основные вопросы:</i> Функциональные последовательности и ряды Равномерная сходимость функциональных рядов Степенные ряды Ряд Тейлора Разложение элементарных функций в ряд Тейлора Приложение к приближенным вычислениям	Акт.	1	0,2
22.	Тема лекции: <b>Основные понятия теории дифференциальных уравнений</b> <i>Основные вопросы:</i> Основные понятия дифференциальных уравнений Уравнения с разделяющимися переменными Метод разделения переменных Простейшая модель фирмы	Акт.	1	0,2

23.	<p>Тема лекции:</p> <p><b>Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно первой производной</b></p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Линейные дифференциальные уравнения первого порядка</p> <p>Уравнения в полных дифференциалах</p> <p>Линейные неоднородные уравнения</p> <p>Уравнение Бернулли</p> <p>Уравнение Риккати</p> <p>Уравнения порядка выше первого, сводящиеся к уравнениям первого порядка</p>	Акт.	1	0,3
24.	<p>Тема лекции:</p> <p><b>Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка</b></p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Линейные уравнения n-го порядка</p> <p>Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами</p> <p>Определитель Вронского</p> <p>Неоднородные уравнения, метод вариации произвольных постоянных</p> <p>Уравнения со специальной правой частью</p>	Акт.	2	0,2
25.	<p>Тема лекции:</p> <p><b>Линейные системы дифференциальных уравнений</b></p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами</p> <p>Экспонента матрицы</p> <p>Основная теорема теории линейных уравнений с постоянными коэффициентами</p> <p>Формулы для решения систем второго и третьего порядков</p> <p>Экономические примеры</p>	Акт.	1	0,2

26.	<p>Тема лекции:  <b>Теория устойчивости</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Устойчивость положения равновесия по Ляпунову  Ассимптотическая устойчивость  Функция Ляпунова  Классификация положений равновесия линейной однородной системы второго порядка</p>	Акт.	1	0,2
27.	<p>Тема лекции:  <b>Разностные уравнения первого порядка</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Разностные уравнения первого порядка  Линейные разностные уравнения и системы с постоянными вещественными  Линейное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами  Метод вариации постоянных  Линейное однородное разностное уравнения n-го порядка  Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью</p>	Акт.	1	0,2
28.	<p>Тема лекции:  <b>Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений</b>  <i>Основные вопросы:</i>  Линейная однородная система разностных уравнений  Неоднородные системы  Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений  Устойчивость решений разностных уравнений и систем  Критерий устойчивости решений линейных разностных уравнений и систем с постоянными коэффициентами</p>	Акт.	1	0,2
	<b>Итого</b>		<b>36</b>	<b>10</b>

## 5. 2. Темы практических занятий

№ занятия	Наименование практического занятия и вырабатываемые компетенции	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	Тема практического занятия: <b>Множества и операции над ними.</b>	Акт.	2	0,3
2.	Тема практического занятия: <b>Функции.</b>	Акт.	2	0,3
3.	Тема практического занятия: <b>Последовательности и их предел</b>	Акт.	2	0,3
4.	Тема практического занятия: <b>Предел функции</b>	Акт.	2	1
5.	Тема практического занятия: <b>Эквивалентность функций</b>	Акт.	2	0,3
6.	Тема практического занятия: <b>Понятие непрерывной функции</b>	Акт.	2	0,3
7.	Тема практического занятия: <b>Понятие производной функции и дифференциала</b>	Акт.	2	1
8.	Тема практического занятия: <b>Производная обратной функции, логарифмическая производная, производные функция заданных</b>	Акт.	2	0,3
9.	Тема практического занятия: <b>Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора</b>	Акт.	2	0,3
10.	Тема практического занятия: <b>Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя</b>	Акт.	2	0,3
11.	Тема практического занятия: <b>Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной: экстремумы, асимптоты, выпуклость, вогнутость , точки перегиба графика</b>	Акт.	2	1
12.	Тема практического занятия: <b>Исследование функции и построение</b>	Акт.	2	0,3

13.	Тема практического занятия: <b>Вычисление неопределенного интеграла подстановкой и по частям</b>	Акт.	2	1
14.	Тема практического занятия: <b>Интегрирование рациональных дробей</b>	Акт.	2	0,3
15.	Тема практического занятия: <b>Интегрирование иррациональных функций</b>	Акт.	2	0,3
16.	Тема практического занятия: <b>Интегрирование тригонометрических</b>	Акт.	2	0,3
17.	Тема практического занятия: <b>Интегрирование обратных тригонометрических функций</b>	Акт.	2	0,3
18.	Тема практического занятия: <b>Вычисление определенных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
19.	Тема практического занятия: <b>Приложение определенных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
20.	Тема практического занятия: <b>Вычисление несобственных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
21.	Тема практического занятия: <b>Исследование сходимости несобственных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
22.	Тема практического занятия: <b>Множества и функции в n-мерном метрическом пространстве</b>	Акт.	1	0,3
23.	Тема практического занятия: <b>Предел и непрерывность ФМП</b>	Акт.	1	0,3
24.	Тема практического занятия: <b>Вычисление частных производных и дифференциалов первого порядка ФМП</b>	Акт.	2	1
25.	Тема практического занятия: <b>Вычисление производных по направлению. Градиент.</b>	Акт.	2	0,3
26.	Тема практического занятия: <b>Частные производственные и дифференциалы высших порядков ФМП.</b>	Акт.	2	0,3
27.	Тема практического занятия: <b>Экстремумы ФМП</b>	Акт.	2	0,3
28.	Тема практического занятия: <b>Вычисление частных производных и дифференциалов ФМП заданных неявно</b>	Акт.	2	0,3

29.	Тема практического занятия: <b>Задачи на условный экстремум</b>	Акт.	2	0,3
30.	Тема практического занятия: <b>Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве</b>	Акт.	2	0,3
31.	Тема практического занятия: <b>Вычисление двойных интегралов</b>	Акт.	2	0,3
32.	Тема практического занятия: <b>Замена переменных в двойных интегралах</b>	Акт.	2	0,3
33.	Тема практического занятия: <b>Числовые ряды</b>	Акт.	2	0,3
34.	Тема практического занятия: <b>Функциональные ряды</b>	Акт.	2	0,3
35.	Тема практического занятия: <b>Разложение в степенные ряды</b>	Акт.	2	0,3
36.	Тема практического занятия: <b>Основные понятия теории дифференциальных уравнений</b>	Акт.	1	0,3
37.	Тема практического занятия: <b>Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно первой производной.</b>	Акт.	1	0,3
38.	Тема практического занятия: <b>Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка</b>	Акт.	2	0,3
39.	Тема практического занятия: <b>Линейные системы дифференциальных уравнений</b>	Акт.	2	0,3
40.	Тема практического занятия: <b>Элементы теории устойчивости</b>	Акт.	1	0,3
41.	Тема практического занятия: <b>Разностные уравнения первого порядка</b>	Акт.	1	0,3
42.	Тема практического занятия: <b>Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений.</b>	Акт.	2	0,2
	<b>Итого</b>		<b>78</b>	<b>16</b>

### 5. 3. Темы семинарских занятий

(не предусмотрены учебным планом)



**5. 4. Перечень лабораторных работ**

(не предусмотрено учебным планом)

**5. 5. Темы индивидуальных занятий**

(не предусмотрено учебным планом)

**6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа по данной дисциплине включает такие формы работы как: работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к зачету; подготовка к экзамену.

**6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю)**

№	Наименование тем и вопросы, выносимые на самостоятельную работу	Форма СР	Кол-во часов	
			ОФО	ЗФО
1	<p>Тема: Множества и операции над ними</p> <p>Основные вопросы: Множества и операции над ними (объединение, пересечение, разность). Объединение и пересечение множеств. Основные тождества алгебры множеств. Понятие о числовых множествах. Упорядоченные пары и декартово произведение множеств. Множество <math>N</math> натуральных чисел. Числовые множества <math>Z</math> и <math>Q</math>. Множество <math>R</math> действительных чисел. Аксиома непрерывности (полноты). Числовая прямая. Отрезки, интервалы и другие промежутки числовой прямой. Окрестности. Длина отрезка на числовой прямой. Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств. Принципы супремума и инфимума.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

2	<p>Тема: Функции</p> <p>Основные вопросы: Соответствия и отображения (функции). Способы задания функций. Образы и прообразы точек и множеств при заданном отображении. Композиция функций. Обратимость функции и обратная функция. Сюръекция, инъекция, биекция. Числовые функции одной действительной переменной. Четные, нечетные, периодические функции. Области возрастания и убывания, экстремумы. Монотонные и ограниченные функции. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Область определения. Множество значений. Многочлены. Деление многочленов. Разложение многочленов на множители. Рациональные функции и простые дроби. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8
3	<p>Тема: Последовательности и их предел</p> <p>Основные вопросы: Последовательности как функции, определенные на множестве натуральных чисел или его начальном отрезке. Числовые последовательности. Последовательности, заданные рекуррентно. Линейные рекуррентные последовательности. Арифметические и геометрические прогрессии. Биномиальные коэффициенты и формула бинома Ньютона. Неравенство Бернулли. Монотонные последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Экономические примеры. Дискретные финансовые потоки; формулы начисления простых и сложных процентов, формула аннуитета.</p> <p>Предел последовательности. Единственность предельного значения.</p> <p>Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, последовательности с пределами <math>\pm\infty</math>.</p> <p>Ограниченность последовательности, имеющей предел.</p> <p>Арифметические свойства пределов последовательностей. Свойства пределов, связанные с неравенствами.</p> <p>Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Теорема «о двух полицейских».</p> <p>Число <math>e</math></p>			
4	<p>Тема: Предел функции</p> <p>Основные вопросы: Понятие предела функции по Гейне и Коши. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Односторонние пределы. Свойства пределов функции: локальные, арифметические, связанные с неравенствами. Замена переменных в пределе. Первый и второй замечательные пределы и их следствия.</p> <p>Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях (формула аннуитета, производственные функции, функции полезности и др.).</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Понятие предела функции по Гейне и Коши.          Пределы на бесконечности и бесконечные пределы.          Односторонние пределы.          Свойства пределов функции: локальные, арифметические, связанные с неравенствами.          Замена переменных в пределе.          Первый и второй замечательные пределы и их следствия.          Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях (формула аннуитета, производственные функции, функции полезности и др.). Символы Ландау (O-о-символика). Эквивалентность функций.          Таблица основных эквивалентностей. Свойства отношения эквивалентности.          Использование эквивалентностей при вычислении пределов.          Асимптоты функции. Теорема о существовании наклонной асимптоты. Экономические примеры.</p>			
5	<p>Тема:          Понятие непрерывной функции          Основные вопросы:          Понятие непрерывной функции.          Точки разрыва и их классификация.          Локальные свойства непрерывных функций: локальная ограниченность непрерывных функций, сохранение знака непрерывной функцией, непрерывность сложной функции.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Непрерывность элементарных функций. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции. Теорема Коши о нулях непрерывной функции. Метод деления отрезка пополам. Задача локализации корней с заданной точностью. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции. Теорема о существовании обратной непрерывной функции к непрерывной строго монотонной функции.</p> <p>Экономические примеры. Обратные функции спроса и предложения.</p>			
6	<p>Тема: Понятие производной функции и дифференциала Основные вопросы: Определение производной функции. Геометрический и экономический смысл производной. Вычисление производной по определению. Таблица производных простейших элементарных функций. Правила нахождения производной. Производная композиции функций. Замкнутость класса элементарных функций относительно дифференцирования. Производная параметрически заданной функции. Производная функции, заданной неявно. Производная обратной функции. Логарифмическая производная и эластичность функции. Односторонние и бесконечные производные.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Понятие дифференцируемой функции и дифференциала.          Геометрический смысл дифференциала.          Применение дифференциала для приближенных вычислений.          Теорема о связи производной и дифференцируемой функции.          Инвариантность формы записи 1-го дифференциала.          Необходимое условие существования экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).          Теорема Лагранжа о среднем значении и ее следствия: формула конечных приращений.          Теорема Коши о среднем значении.</p> <p>Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.          Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).</p>			
7	<p>Тема:          Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора          Основные вопросы:          Производные и дифференциалы высших порядков.          Производные n-го порядка параметрически заданной и неявно заданной функций.          Формула Лейбница для n-й производной произведения двух функций.          Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано.          Единственность представления формулой Тейлора.          Многочлены Маклорена основных элементарных функций.          Достаточные условия экстремума.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

	<p>Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной), продолжение. Уточненное правило семидесяти.</p>			
8	<p>Тема:          Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной          Основные вопросы:          Исследование функции с помощью производных. Исследование функции на монотонность: определение монотонной функции и критерий монотонности дифференцируемой функции.          Исследование функции на экстремум: необходимое условие экстремума (теорема Ферма).          Исследование функции на экстремум: 1-е достаточное условие экстремума (в терминах изменения знака первой производной).          Исследование функции на экстремум: 2-е достаточное условия экстремума (в терминах старших производных).</p> <p>Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба. Достаточное условие выпуклости, достаточное условие существования точки перегиба.</p> <p>Экономические примеры. Выпуклые задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной)</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8

9	<p>Тема: Неопределенный интеграл</p> <p>Основные вопросы: Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов основных функций. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций: понятие рациональной дроби, правильная и неправильная рациональные дроби, выделение целой части в неправильной дроби, понятие простых дробей. Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении на множители многочлена с действительными коэффициентами. Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении правильной дроби в сумму простых дробей. Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей. Понятие рационализируемого интеграла. Интегрирование рационально-тригонометрических функций, частные случаи интегрируемости рационально-тригонометрических функций. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций.</p> <p>Экономические примеры. Задача о нахождении функции с заданной характеристикой изменения роста (населения, производства продукции и пр.), изменения цены.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	6	9
---	---	--	---	---



10	<p>Тема:          Определенный интеграл          Основные вопросы:          Определенный интеграл. Определение определенного интеграла Римана: понятия разбиения, мелкости разбиения, интегральной суммы.          Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.          Примеры неинтегрируемых функций.          Некоторые классы интегрируемых функций: интегрируемость непрерывных функций, интегрируемость монотонных ограниченных функций.          Критерий интегрируемости по Лебегу, понятие множества меры нуль.          Примеры вычисления определенных интегралов по определению.          Свойства определенных интегралов.          Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства: условия непрерывности и дифференцируемости.          Теорема о существовании первообразной непрерывной функции.          Формула Ньютона-Лейбница.          Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла.          Экономические примеры. Экономические модели: чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в бессрочном случае.          Некоторые приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции          Экономические примеры. Экономические модели: инвестиции и капитал, чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в непрерывном случае.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	4	8
----	--	--	---	---

11	<p>Тема: Несобственный интеграл</p> <p>Основные вопросы: Определение интеграла от неограниченной функции Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов на конечном промежутке Несобственные интегралы от неотрицательных на конечном промежутке функций Определение несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования от неотрицательных функций Признаки сходимости. Интегралы, зависящие от параметров.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	6	9
12	<p>Тема: Множества и функции в <math>n</math>-мерном метрическом пространстве</p> <p>Основные вопросы: Множество <math>n</math>-мерных строк <math>R^n</math>, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента в <math>R^n</math>, геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Расстояние между элементами в <math>R^n</math>, как норма их разности. Окрестность точки. Ограниченные множества. Внутренние и граничные точки множества. Граница множества. Открытые, замкнутые множества. Компакты. Открытые и замкнутые множества, задаваемые системами уравнений и неравенств.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Последовательности в <math>\mathbb{R}^n</math> и их пределы.          Основные свойства открытых и замкнутых множеств. Характеризация компактов.          Экономические примеры. Бюджетное множество, технологическое множество.          Числовые функции многих переменных (ФМП). Понятие линий и поверхностей уровня ФМП.          Элементарные ФМП.          Прямые и гиперплоскости в <math>\mathbb{R}^n</math>. Выпуклые множества. Выпуклая оболочка множества.          Теоремы об отделимости.          Экономические примеры.</p>			
13	<p>Тема:          Предел и непрерывность ФМП          Основные вопросы:          Предел ФМП.          Теорема о связи предела ФМП с пределами ее компонент.          Предел по направлению.          Теорема о вычислении предела функции двух переменных в полярных координатах.</p> <p>Непрерывные ФМП.          Непрерывность элементарных ФМП.          Непрерывные кривые и поверхности, и их параметризации.          Линейно связные множества.          Локальные свойства непрерывных ФМП.          Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении.          Экономические примеры. Производственные функции (Кобба-Дугласа, Леонтьева и др.), функции полезности; бюджетное множество.          Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема Вейерштрасса.          Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении.          Образ линейно связного множества.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	Экономические примеры. Достижимость максимальных и минимальных значений функций полезности при естественных ограничениях			
14	<p>Тема: Дифференцируемые ФМП Основные вопросы: Частные производные ФМП. Эластичность ФМП по фиксированной переменной. Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал. Необходимое условие дифференцируемости ФМП. Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП. Достаточное условие дифференцируемости. Теорема о дифференцируемости сложной ФМП.  Правило вычисления дифференциала сложной ФМП. Инвариантность первого дифференциала. Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня. Геометрический смысл дифференциала. Градиент и его основные свойства. Производная по направлению. Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП. Понятие стационарных и седловых точек.  Экономические примеры. Интерпретация частных производных производственных функций. Пример производной производственной сложной функции (капитал и труд зависят от времени). Производственные функции и функции полезности со свойством CES.  Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП)</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

15	<p>Тема:</p> <p>Частные производственные и дифференциалы высших порядков ФМП. Формула Тейлора.</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Частные производные ФМП.</p> <p>Эластичность ФМП по фиксированной переменной.</p> <p>Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал.</p> <p>Необходимое условие дифференцируемости ФМП.</p> <p>Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП.</p> <p>Достаточное условие дифференцируемости.</p> <p>Экономические примеры. Интерпретация частных производных производственных функций. Пример производной производственной сложной функции (капитал и труд зависят от времени). Производственные функции и функции полезности со свойством CES.</p> <p>Теорема о дифференцируемости сложной ФМП.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5
----	--	---	---	---

<p>Правило вычисления дифференциала сложной ФМП.</p> <p>Инвариантность первого дифференциала.</p> <p>Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня.</p> <p>Геометрический смысл дифференциала.</p> <p>Градиент и его основные свойства.</p> <p>Производная по направлению.</p> <p>Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.</p> <p>Понятие стационарных и седловых точек.</p> <p>Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).</p> <p>Частные производные высших порядков ФМП.</p> <p>Теорема об условиях равенства смешанных производных.</p> <p>Дифференциал второго порядка ФМП.</p> <p>Матрица Гессе.</p> <p>Дифференциалы высших порядков.</p> <p>Формула Тейлора для ФМП с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.</p> <p>Достаточное условие экстремума ФМП.</p> <p>Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай нескольких переменных), продолжение.</p> <p>Основные задачи безусловной оптимизации.</p> <p>Метод наименьших квадратов.</p> <p>Понятие об уравнении регрессии.</p> <p>Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай нескольких переменных), продолжение; дискретная задача о пространственном оптимальном размещении объектов (магазинов, складов и т.д.), эконометрические приложения (уравнение линейной регрессии).</p>			
--	--	--	--

16	<p>Тема: Неявно заданные ФМП и отображения</p> <p>Основные вопросы: Понятие неявно заданной функции. Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции, задаваемой одним уравнением (схема доказательства). Понятие неявно заданной векторной функции и теорема об её существовании и дифференцируемости (без доказательства). Вычисление эластичности неявно заданных функций. Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров. Теорема об огибающей для безусловных экстремумов.</p> <p>Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров. Теорема об огибающей для безусловных экстремумов. Экономические примеры. Пример неявной производственной функции и ее частных производных, эластичность замещения. Понятие регулярного отображения и теорема о существовании локально обратимого отображения. Условия зависимости системы числовых функций. Экономические примеры. Модель национального дохода, обратные задачи в моделях рынка.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5
----	---	---	---	---

	<p>Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции.</p> <p>Теорема Эйлера об однородных функциях.</p> <p>Кривые Энгеля для однородной функции полезности.</p> <p>Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Экономические примеры. Производственная функция Кобба-Дугласа. Приложения однородных функций в теории потребления.</p> <p>Однородные CES-функции.</p>			
17	<p>Тема:</p> <p>Задача на условный экстремум</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Задача на условный экстремум для функции многих переменных: определение точки условного экстремума функции многих переменных при наличии связей в виде равенств.</p> <p>Метод подстановки решения задачи на условный экстремум.</p> <p>Метод множителей Лагранжа.</p> <p>Необходимое условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.</p> <p>Экономические примеры. Экономический смысл множителей Лагранжа. Понятие теневых цен. Задачи оптимизации в экономике.</p> <p>Достаточное условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5



	<p>Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на компакте, метод параметризации границ.</p> <p>Экономические примеры. Задачи выбора товаров, максимизирующего функцию полезности при бюджетном ограничении; двойственная (хиксианская) задача минимизации затрат потребителя на приобретение набора благ при условии ограничений снизу на полезность наборов, спрос Хикса; задача минимизации издержек при заданном объеме выпуска продукции.</p> <p>Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.</p> <p>Теорема об огибающей для условных экстремумов.</p>			
18	<p>Тема:</p> <p>Выпуклые множества и ФМП в метрическом пространстве</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Элементы выпуклого анализа. Свойства выпуклых (вогнутых) функций: о выпуклости области определения, о выпуклости положительной линейной комбинации выпуклых функций, о непрерывности выпуклых функций, о максимуме (минимуме) выпуклых (вогнутых) функций.</p> <p>Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемой функции.</p> <p>Экстремальные свойства выпуклых функций.</p> <p>Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике.</p> <p>Задачи оптимизации с ограничениями типа неравенств.</p> <p>Условия Каруша — Куна — Таккера.</p> <p>Экономические примеры.</p> <p>Выпуклые задачи в экономике (продолжение).</p> <p>Метод опорных векторов в задачах кредитного скоринга (решение задачи).</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

19	<p>Тема: Кратные интегралы</p> <p>Основные вопросы: Кратные интегралы. Мотивация введения кратного интеграла: геометрические и экономические задачи.</p> <p>Понятие измеримого множества и его меры в <math>R^n</math> (меры Жордана), свойства меры Жордана.</p> <p>Понятие множества меры нуль. Критерий измеримости множества.</p> <p>Понятие кратного интеграла по измеримому множеству (разбиение множества, мелкость разбиения, выборка точек в разбиении, интегральная сумма).</p> <p>Критерии интегрируемости, классы интегрируемых функций.</p> <p>Свойства кратных интегралов.</p> <p>Вычисление кратных интегралов с помощью повторных. Примеры.</p> <p>Замена переменных в кратном интеграле.</p> <p>Экономические примеры. Экономические задачи (объем выпуска при заданной пространственной плотности размещения производства, объем трафика при заданной плотности распределения источников и т.д.)</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5
20	<p>Тема: Числовые ряды</p> <p>Основные вопросы: Числовые ряды. Частичные суммы, сходимость ряда и его сумма. Необходимое условие сходимости и его отрицание. Примеры.</p> <p>Свойства сходящихся числовых рядов.</p> <p>Критерий Коши сходимости числового ряда и его отрицание.</p> <p>Гармонический ряд.</p> <p>Абсолютная и условная сходимость рядов.</p> <p>Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признак ограниченности, признаки сравнения, интегральный признак, признак Даламбера, радикальный признак Коши.</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5

	<p>Знакопеременные ряды, признак Лейбница, оценка остатка.</p> <p>Экономические примеры. Задача о нахождении рыночной цены бессрочной облигации. Задача об оценке прибыли от инвестиций</p>			
21	<p>Тема:</p> <p>Функциональные ряды</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Функциональные последовательности и ряды. Поточечная, на множестве и равномерная сходимости последовательностей и рядов. Условия равномерной сходимости функциональных рядов, признак Вейерштрасса.</p> <p>Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное интегрирование</p> <p>Степенные сходимости, формула Коши-Адамара. Равномерная сходимость степенного ряда, его дифференцируемость и интегрируемость.</p> <p>Ряд Тейлора. Условия представимости функции своим рядом Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Примеры.</p> <p>Приложения рядов к приближенным вычислениям.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	2	5
22	<p>Тема:</p> <p>Основные понятия теории дифференциальных уравнений</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Основные понятия дифференциальных уравнений.</p> <p>Уравнения с разделяющимися переменными.</p> <p>Основные определения теории дифференциальных уравнений, фазовые пространства, векторные поля, интегральные траектории.</p> <p>Метод разделения переменных.</p> <p>Простейшая модель фирмы.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5

23	<p>Тема: Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно первой производной</p> <p>Основные вопросы: Линейные уравнения. Модель Мальтуса. Существование и единственность решения уравнений первого порядка. Уравнение в полных дифференциалах Примеры уравнений первого порядка, разрешенных относительно первой производной.</p> <p>Линейные неоднородные уравнения. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Модель Солоу. Уравнения порядка выше первого, сводящиеся к уравнениям первого порядка (методы понижения порядка).</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	6
24	<p>Тема: Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка</p> <p>Основные вопросы: Линейные уравнения n-го порядка. Линейные однородные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Линейная зависимость и независимость решений. Пространство решений, размерность и базис. Определитель Вронского. Неоднородные уравнения, метод вариации произвольных постоянных, уравнения со специальной правой частью.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5
25	<p>Тема: Линейные системы дифференциальных уравнений</p> <p>Основные вопросы: Линейные системы. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Экспонента матрицы.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	6

	<p>Основная теорема теории линейных уравнений с постоянными коэффициентами.</p> <p>Формулировка теоремы о жордановой нормальной форме матрицы (ЖНФ).</p> <p>Вычисление матрицы экспоненты в случае кратных собственных значений, рассмотрение различных случаев, когда ЖНФ содержит одну или несколько жордановых клеток.</p> <p>Вывод формул решения для систем второго и третьего порядков.</p> <p>Модель выравнивания цены по уровню актива.</p>			
26	<p>Тема:</p> <p>Теория устойчивости</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Теория устойчивости. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову.</p> <p>Асимптотическая устойчивость.</p> <p>Функция Ляпунова, теорема об устойчивости по первому приближению.</p> <p>Классификация положений равновесия линейной однородной системы второго порядка.</p> <p>Нелинейные автономные системы второго порядка, линеаризация систем, применение теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению для определения поведения решения в окрестности положения равновесия нелинейной системы.</p> <p>Модель Вольтерры-Лотки.</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5
27	<p>Тема:</p> <p>Разностные уравнения первого порядка</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Разностные уравнения первого порядка.</p> <p>Основные определения. Задача Коши. Линейные разностные уравнения и системы с постоянными вещественными коэффициентами.</p>	<p>работа с литературой, чтение</p> <p>дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5

	<p>Линейное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянной. Линейное однородное разностное уравнение <math>n</math>-го порядка. Пространство решений, базис и размерность. Общее решение однородного разностного уравнение <math>n</math>-го порядка.</p> <p>Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью. Модель Самуэльсона-Хикса.</p>			
28	<p>Тема: Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений Основные вопросы: Линейная однородная система разностных уравнений. Пространство решений базис и размерность. Общее решение системы разностных уравнений. Неоднородные системы. Пространство решений базис и размерность. Общее решение системы разностных уравнений. Неоднородные системы. Метод вариации и метод исключения. Динамическая модель межотраслевого баланса.</p>	<p>работа с литературой, чтение дополнительно й литературы; подготовка к контрольной работе</p>	1	5

<p>Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений.</p> <p>Понятие устойчивости решений разностных уравнений и систем.</p> <p>Необходимые и достаточные условия устойчивости решений линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами.</p> <p>Формулировка теоремы о существовании устойчивого положения равновесия нелинейного автономного разностного уравнения первого порядка.</p> <p>Примеры разностных уравнений в экономике и связь с понятием устойчивости (паутинообразная модель рынка)</p>			
<b>Итого</b>		<b>75</b>	<b>177</b>

**7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Дескрипторы	Компетенции	Оценочные средства
<b>ОПК-2</b>		
<b>Знать</b>	основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач; основные базовые понятия и определения теории множеств, теории пределов дифференциального и интегрального исчисления, теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений; основные свойства последовательностей, элементарных функций, числовых, функциональных, степенных рядов; методы асимптотического и экстремального анализа функций и последовательностей, методы поиска интегралов и производных; теоретические основы решения дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами и исследования вопросов устойчивости	контрольная работа
<b>Уметь</b>	применять методы математического анализа и теории дифференциальных уравнений для решения экономических и управленческих задач; строить математические модели основных систем и процессов в экономике и управлении; решать задачи, формулируемые в разных разделах математического анализа и теории дифференциальных уравнений, и оценивать точность получаемых решений; пользоваться современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для решения определенного набора учебных задач	контрольная работа



<b>Владеть</b>	навыками применения современного математического инструментария для решения экономических и управленческих задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; техниками суммирования членов ряда, поиска экстремума, поиска асимптот, поиска интегралов и производных, решения обыкновенных дифференциальных уравнений	зачет; экзамен
----------------	--	----------------

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценочные средства	Уровни сформированности компетенции			
	Компетентность несформирована	Базовый уровень компетентности	Достаточный уровень компетентности	Высокий уровень компетентности
контрольная работа	1-59% правильных ответов	60 -69% правильных ответов	70-89% правильных ответов	90-100% правильных ответов
зачет	1-59% правильных ответов	60 -69% правильных ответов	70-89% правильных ответов	90-100% правильных ответов
экзамен	Не раскрыт полностью ни один теор. вопрос, практические задания не выполнены или выполнены с грубыми ошибками	Теор. вопросы раскрыты с замечаниями, однако логика соблюдена. Практическое задание выполнено, но с замечаниями: намечен ход выполнения, однако не полно раскрыты возможности выполнения	Работа выполнена с несущественным и замечаниями	Работа выполнена полностью, оформлена по требованиям

### **7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **7.3.1.1. Примерные задания для контрольной работы (1 семестр ОФО /1 семестр ЗФО)**

1. Примерные задания для контрольной работы приведены в Приложении

#### **7.3.1.2. Примерные задания для контрольной работы (2 семестр ОФО /2 семестр ЗФО)**

1. Примерные задания для контрольной работы приведены в Приложении

#### **7.3.2. Вопросы к зачету (1 семестр ОФО /1 семестр ЗФО)**

1. Множества и операции над ними (объединение, пересечение, разность).  
Объединение и пересечение множеств. Основные тождества алгебры множеств.  
Понятие о числовых множествах. Упорядоченные пары и декартово произведение множеств.

2. Множество  $N$  натуральных чисел.

Числовые множества  $Z$  и  $Q$ .

Множество  $R$  действительных чисел. Аксиома непрерывности (полноты).

3. Числовая прямая. Отрезки, интервалы и другие промежутки числовой прямой.

Окрестности. Длина отрезка на числовой прямой.

Верхние и нижние грани, точные верхние и нижние грани числовых множеств.

Принципы супремума и инфимума.

4. Понятие о мощности множества. Конечные, счетные и несчетные множества.

Несчетность множества действительных чисел.

5. Соответствия и отображения (функции). Способы задания функций. Образы и прообразы точек и множеств при заданном отображении.

Композиция функций.

Обратимость функции и обратная функция.

Сюръекция, инъекция, биекция.

6. Числовые функции одной действительной переменной. Четные, нечетные, периодические функции. Области возрастания и убывания, экстремумы. Монотонные и ограниченные функции.

7. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Область определения. Множество значений.

Многочлены. Деление многочленов. Разложение многочленов на множители. Рациональные функции и простые дроби.

Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.

8. Экономические примеры: стандартные функции, используемые в экономических моделях; функции полезности (благополучия) и задачи их оптимизации, функции спроса Торнквиста, функции общего и среднего дохода, прибыли фирмы, функции общих и средних издержек.

9. Последовательности как функции, определенные на множестве натуральных чисел или его начальном отрезке. Числовые последовательности.

Последовательности, заданные рекуррентно. Линейные рекуррентные последовательности.

10. Арифметические и геометрические прогрессии.

Биномиальные коэффициенты и формула бинома Ньютона.

Неравенство Бернулли.

11. Монотонные последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности.

Экономические примеры. Дискретные финансовые потоки; формулы начисления простых и сложных процентов, формула аннуитета.

12. Предел последовательности. Единственность предельного значения.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, последовательности с пределами  $\pm\infty$ .

Ограниченность последовательности, имеющей предел.

13. Арифметические свойства пределов последовательностей. Свойства пределов, связанные с неравенствами.

Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. Теорема «о двух полицейских».

14. Число  $e$ . Экономические примеры. Экономическая интерпретация числа  $e$ : предельный случай непрерывного начисления процентов.

15. Понятие предела функции по Гейне и Коши.

Пределы на бесконечности и бесконечные пределы.

Односторонние пределы.

16. Свойства пределов функции: локальные, арифметические, связанные с неравенствами.

Замена переменных в пределе.

Первый и второй замечательные пределы и их следствия.

Экономические примеры. Предельные значения параметров в различных экономических и финансовых моделях (формула аннуитета, производственные функции, функции полезности и др.).

17. Символы Ландау (O-о-символика). Эквивалентность функций.

Таблица основных эквивалентностей. Свойства отношения эквивалентности.

Использование эквивалентностей при вычислении пределов.

18. Асимптоты функции. Теорема о существовании наклонной асимптоты.

Экономические примеры. Асимптотическое поведение экономических показателей в различных моделях. Асимптоты функций спроса Торнквиста, асимптотическое поведение производственной функции в различных моделях роста.

19. Понятие непрерывной функции.

Точки разрыва и их классификация.

Локальные свойства непрерывных функций: локальная ограниченность непрерывных функций, сохранение знака непрерывной функцией, непрерывность сложной функции.

Непрерывность элементарных функций.

20. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции.

Теорема Коши о нулях непрерывной функции. Метод деления отрезка пополам. Задача локализации корней с заданной точностью.

Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении непрерывной функции.

Теорема о существовании обратной непрерывной функции к непрерывной строго монотонной функции.

21. Определение производной функции.

Геометрический и экономический смысл производной.

Вычисление производной по определению.

Таблица производных простейших элементарных функций.

22. Правила нахождения производной.

Производная композиции функций.

Замкнутость класса элементарных функций относительно дифференцирования.

Производная параметрически заданной функции.

Производная функции, заданной неявно.

Производная обратной функции.

Логарифмическая производная и эластичность функции.

### 23. Односторонние и бесконечные производные.

Экономические примеры. Предельный доход фирмы, предельная производительность труда и др. Эластичность функций спроса от дохода. Процентная ставка как относительная скорость изменения функции дохода при непрерывном начислении процентов. Соотношения между предельным и средним доходом фирмы, между предельными и средними издержками.

### 24. Понятие дифференцируемой функции и дифференциала.

Геометрический смысл дифференциала.

Применение дифференциала для приближенных вычислений.

Теорема о связи производной и дифференцируемой функции.

Инвариантность формы записи 1-го дифференциала.

### 25. Необходимое условие существования экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).

Теорема Лагранжа о среднем значении и ее следствия: формула конечных приращений.

Теорема Коши о среднем значении.

Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.

Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).

### 26. Производные и дифференциалы высших порядков.

Производные  $n$ -го порядка параметрически заданной и неявно заданной функций.

Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения двух функций.

### 27. Понятие многочлена Тейлора.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, в форме Пеано.

Единственность представления формулой Тейлора.

Многочлены Маклорена основных элементарных функций.

### 28. Исследование функции с помощью производных. Исследование функции на монотонность: определение монотонной функции и критерий монотонности дифференцируемой функции.

### 29. Исследование функции на экстремум: необходимое условие экстремума (теорема Ферма).

Исследование функции на экстремум: 1-е достаточное условие экстремума (в терминах изменения знака первой производной).

Исследование функции на экстремум: 2-е достаточное условия экстремума (в терминах старших производных).

30. Понятие выпуклой (вогнутой) дифференцируемой функции и точек перегиба. Достаточное условие выпуклости, достаточное условие существования точки перегиба.

Экономические примеры. Выпуклые задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай одной переменной).

31. Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции.

Свойства неопределенного интеграла.

Таблица неопределенных интегралов основных функций.

32. Замена переменной в неопределенном интеграле.

Интегрирование по частям.

Примеры. Экономические примеры. Задача о нахождении функции с заданной характеристикой изменения роста (населения, производства продукции и пр.), изменения цены.

33. Интегрирование рациональных функций: понятие рациональной дроби, правильная и неправильная рациональные дроби, выделение целой части в неправильной дроби, понятие простых дробей.

Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении на множители многочлена с действительными коэффициентами.

Интегрирование рациональных функций: теорема о разложении правильной дроби в сумму простых дробей.

Интегрирование рациональных функций: интегрирование простых дробей.

34. Интегрирование рационально-тригонометрических функций, частные случаи интегрируемости рационально-тригонометрических функций.

Интегрирование некоторых классов иррациональных функций.

35. Определенный интеграл. Определение определенного интеграла Римана: понятия разбиения, мелкости разбиения, интегральной суммы.

Необходимое условие интегрируемости функции. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.

Примеры неинтегрируемых функций.

Экономические примеры. Экономические модели: инвестиции и капитал, чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в непрерывном случае.

Некоторые классы интегрируемых функций: интегрируемость непрерывных функций, интегрируемость монотонных ограниченных функций.

**36. Свойства определенных интегралов.**

Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства: условия непрерывности и дифференцируемости.

Теорема о существовании первообразной непрерывной функции.

Формула Ньютона-Лейбница.

Формулы замены переменной и интегрирования по частям для определенного интеграла.

Экономические примеры. Экономические модели: чистая приведенная стоимость (NPV) инвестиций в бессрочном случае.

**37. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.**

Определение интеграла от неограниченной функции

Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов на конечном промежутке

Несобственные интегралы от неотрицательных на конечном промежутке функций

**38. Определение несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования**

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования от неотрицательных функций

Интегралы, зависящие от параметров.

**39. Некоторые приложения определенного интеграла. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора в полярных координатах.**

### **7.3.3. Вопросы к экзамену (2 семестр ОФО / 2 семестр ЗФО)**

1. Множество  $n$ -мерных векторов  $\mathbb{R}^n$ , сложение векторов и умножение векторов на вещественные числа.

Норма вектора в  $\mathbb{R}^n$ , геометрическая интерпретация нормы.

Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Расстояние между векторами в  $\mathbb{R}^n$ , как норма их разности.

2. Окрестность точки. Ограниченные множества. Внутренние и граничные точки множества. Граница множества.

Открытые, замкнутые множества. Компакты. Открытые и замкнутые множества, задаваемые системами уравнений и неравенств.

3. Последовательности в  $\mathbb{R}^n$  и их пределы.

Основные свойства открытых и замкнутых множеств. Характеризация компактов.

Экономические примеры. Бюджетное множество, технологическое множество.

#### 4. Числовые функции многих переменных (ФМП).

Понятие линий и поверхностей уровня ФМП.

Элементарные ФМП.

Прямые и гиперплоскости в  $R^n$ . Выпуклые множества. Выпуклая оболочка множества. Теоремы об отделимости.

Экономические примеры. Многомерные экономические модели.

#### 5. Предел ФМП.

Теорема о связи предела ФМП с пределами ее компонент.

Предел по направлению.

Теорема о вычислении предела функции двух переменных в полярных координатах.

#### 6. Непрерывные ФМП.

Непрерывность элементарных ФМП.

Непрерывные кривые и поверхности, и их параметризации.

Линейно связные множества.

Локальные свойства непрерывных ФМП.

Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении.

Экономические примеры. Производственные функции (Кобба-Дугласа, Леонтьева и др.), функции полезности; бюджетное множество.

#### 7. Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема Вейерштрасса.

Свойства функций, непрерывных на компактном множестве: теорема об образе компактного множества при непрерывном отображении.

Образ линейно связного множества.

Экономические примеры. Достижимость максимальных и минимальных значений функций полезности при естественных ограничениях.

#### 8. Частные производные ФМП.

Эластичность ФМП по фиксированной переменной.

Понятие дифференцируемой ФМП; первый дифференциал.

Необходимое условие дифференцируемости ФМП.

Примеры дифференцируемых и недифференцируемых ФМП.

Достаточное условие дифференцируемости.

#### 9. Теорема о дифференцируемости сложной ФМП.

Правило вычисления дифференциала сложной ФМП.

Инвариантность первого дифференциала.

Понятие касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности уровня.

Геометрический смысл дифференциала.



## 10. Градиент и его основные свойства.

Производная по направлению.

Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.

Понятие стационарных и седловых точек.

Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).

Градиент и его основные свойства.

Производная по направлению.

Необходимое условие экстремума дифференцируемой ФМП.

Понятие стационарных и седловых точек.

Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай ФМП).

## 11. Частные производные высших порядков ФМП.

Теорема об условиях равенства смешанных производных.

Дифференциал второго порядка ФМП. Матрица Гессе.

Дифференциалы высших порядков.

## 12. Формула Тейлора для ФМП с остаточным членом в форме Лагранжа и в форме Пеано.

Достаточное условие экстремума ФМП.

Экономические примеры. Задачи максимизации функции полезности и минимизации затрат (случай нескольких переменных), продолжение.

Основные задачи безусловной оптимизации.

Метод наименьших квадратов.

Понятие об уравнении регрессии.

## 13. Понятие неявно заданной функции.

Теорема о существовании, непрерывности и дифференцируемости неявной функции, задаваемой одним уравнением (схема доказательства).

Понятие неявно заданной векторной функции и теорема об её существовании и дифференцируемости (без доказательства).

Вычисление эластичности неявно заданных функций.

Теорема о гладкой зависимости безусловных экстремумов от параметров.

Теорема об огибающей для безусловных экстремумов.

Экономические примеры. Пример неявной производственной функции и ее частных производных, эластичность замещения.

Понятие регулярного отображения и теорема о существовании локально обратимого отображения.

Условия зависимости системы числовых функций.

Экономические примеры. Модель национального дохода, обратные задачи в моделях рынка.

14. Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции.

Теорема Эйлера об однородных функциях.

Кривые Энгеля для однородной функции полезности.

Поверхности уровня однородных функций.

Экономические примеры. Производственная функция Кобба-Дугласа.

Приложения однородных функций в теории потребления. Однородные CES-функции.

15. Задача на условный экстремум для функции многих переменных: определение точки условного экстремума функции многих переменных при наличии связей в виде равенств.

Метод подстановки решения задачи на условный экстремум.

16. Метод множителей Лагранжа.

Необходимое условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.

Экономические примеры. Экономический смысл множителей Лагранжа. Понятие теневых цен. Задачи оптимизации в экономике.

Достаточное условие существования условного экстремума для дифференцируемой функции и дифференцируемых функций уравнений связи.

17. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на компакте, метод параметризации границ.

Экономические примеры. Задачи выбора товаров, максимизирующего функцию полезности при бюджетном ограничении; двойственная (хиксианская) задача минимизации затрат потребителя на приобретение набора благ при условии ограничений снизу на полезность наборов, спрос Хикса; задача минимизации издержек при заданном объеме выпуска продукции.

Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров.

Теорема об огибающей для условных экстремумов.

18. Элементы выпуклого анализа. Свойства выпуклых (вогнутых) функций: о выпуклости области определения, о выпуклости положительной линейной комбинации выпуклых функций, о непрерывности выпуклых функций, о максимуме (минимуме) выпуклых (вогнутых) функций.

Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемой функции.

Экстремальные свойства выпуклых функций.

Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике.

Задачи оптимизации с ограничениями типа неравенств.

Условия Каруша — Куна — Таккера.

Экономические примеры. Выпуклые задачи в экономике (продолжение). Метод опорных векторов в задачах кредитного скоринга (решение задачи).

19. Кратные интегралы. Мотивация введения кратного интеграла: геометрические и экономические задачи.

Понятие измеримого множества и его меры в  $\mathbb{R}^n$  (меры Жордана), свойства меры Жордана. Понятие множества меры нуль. Критерий измеримости множества.

Понятие кратного интеграла по измеримому множеству (разбиение множества, мелкость разбиения, выборка точек в разбиении, интегральная сумма).

Критерии интегрируемости, классы интегрируемых функций.

20. Свойства кратных интегралов.

Вычисление кратных интегралов с помощью повторных. Примеры.

Замена переменных в кратном интеграле.

Экономические примеры. Экономические задачи (объем выпуска при заданной пространственной плотности размещения производства, объем трафика при заданной плотности распределения источников и т.д.).

21. Числовые ряды. Частичные суммы, сходимость ряда и его сумма.

Необходимое условие сходимости и его отрицание. Примеры.

Свойства сходящихся числовых рядов.

Критерий Коши сходимости числового ряда и его отрицание.

Гармонический ряд.

22. Абсолютная и условная сходимость рядов.

Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: признак ограниченности, признаки сравнения, интегральный признак, признак Даламбера, радикальный признак Коши.

23. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница, оценка остатка.

Экономические примеры. Задача о нахождении рыночной цены бессрочной облигации. Задача об оценке прибыли от инвестиций.

24. Функциональные последовательности и ряды.

Поточечная, на множестве и равномерная сходимости последовательностей и рядов.

Условия равномерной сходимости функциональных рядов, признак Вейерштрасса.

Свойства равномерно сходящихся рядов: непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование.

25. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости, формула Коши-Адамара.

Равномерная сходимость степенного ряда, его дифференцируемость и интегрируемость.

26. Ряд Тейлора. Условия представимости функции своим рядом Тейлора.

Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Примеры.

Приложения рядов к приближенным вычислениям.

## 27. Основные понятия дифференциальных уравнений.

Уравнения с разделяющимися переменными.

Основные определения теории дифференциальных уравнений, фазовые пространства, векторные поля, интегральные траектории.

Метод разделения переменных.

Простейшая модель фирмы.

## 28. Линейные уравнения. Модель Мальтуса.

Существование и единственность решения уравнений первого порядка.

Уравнение в полных дифференциалах

Примеры уравнений первого порядка, разрешенных относительно первой производной.

## 29. Линейные неоднородные уравнения.

Уравнение Бернулли.

Уравнение Риккати. Модель Солоу.

Уравнения порядка выше первого, сводящиеся к уравнениям первого порядка (методы понижения порядка).

## 30. Линейные уравнения $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

Линейная зависимость и независимость решений. Пространство решений, размерность и базис. Определитель Вронского.

Неоднородные уравнения, метод вариации произвольных постоянных, уравнения со специальной правой частью.

## 31. Линейные системы. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Экспонента матрицы.

Основная теорема теории линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Формулировка теоремы о жордановой нормальной форме матрицы (ЖНФ).

Вычисление матрицы экспоненты в случае кратных собственных значений, рассмотрение различных случаев, когда ЖНФ содержит одну или несколько жордановых клеток.

## 32. Вывод формул решения для систем второго и третьего порядков.

Модель выравнивания цены по уровню актива.

## 33. Теория устойчивости. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову.

Асимптотическая устойчивость.

Функция Ляпунова, теорема об устойчивости по первому приближению.

Классификация положений равновесия линейной однородной системы второго порядка.

34. Нелинейные автономные системы второго порядка, линеаризация систем, применение теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению для определения поведения решения в окрестности положения равновесия нелинейной системы.

Модель Вольтерры-Лотки.

35. Разностные уравнения первого порядка.

Линейные разностные уравнения и системы с постоянными вещественными коэффициентами.

Разностное уравнение первого порядка. Основные определения. Задача Коши.

36. Линейное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами.

Метод вариации постоянной.

Линейное однородное разностное уравнение  $n$ -го порядка. Пространство решений, базис и размерность. Общее решение однородного разностного уравнения  $n$ -го порядка.

Линейное неоднородное уравнение со специальной правой частью.

Модель Самуэльсона-Хикса.

37. Линейная однородная система разностных уравнений. Пространство решений базис и размерность. Общее решение системы разностных уравнений.

38. Неоднородные системы.

Метод вариации и метод исключения.

Динамическая модель межотраслевого баланса.

39. Устойчивость положения равновесия разностных уравнений и систем разностных уравнений.

Понятие устойчивости решений разностных уравнений и систем.

Необходимые и достаточные условия устойчивости решений линейных разностных уравнений и систем с постоянными вещественными коэффициентами.

40. Формулировка теоремы о существовании устойчивого положения равновесия нелинейного автономного разностного уравнения первого порядка.

Примеры разностных уравнений в экономике и связь с понятием устойчивости (паутинообразная модель рынка)

## 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

### 7.4.1. Оценивание выполнения контрольной работы

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота и правильность ответа	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
	6-7	7-9	9-10
Степень осознанности, понимания изученного	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
	6-7	7-9	9-10
Языковое оформление ответа	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
	6-8	8-9	9-10
Соблюдение требований к оформлению	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Правильное оформление ссылок на используемую литературу; грамотность и культура изложения; владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы; соблюдение требований к объему реферата
	6-7	7-9	9-10
Грамотность	Не более 4 замечаний	Не более 3 замечаний	Отсутствие орфографических и синтаксических ошибок, стилистических погрешностей; отсутствие опечаток, сокращений слов, кроме общепринятых; литературный стиль
	6-7	7-9	9-10
Итого	30 - 36	36 - 45	45 - 50

## 7.4.2. Оценивание зачета

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота ответа, последовательность и логика изложения	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
	10-12	12-15	15-17
Правильность ответа, его соответствие рабочей программе учебной дисциплины	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 3	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 2	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины
	10-12	12-15	15-17
Способность студента аргументировать свой ответ и приводить примеры	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 3 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 2 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены
	10-12	12-15	15-17
Осознанность излагаемого материала	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
	10-12	12-15	15-16
Соответствие нормам культуры речи	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
	10-12	12-15	15-16
Качество ответов на вопросы	Есть замечания к ответам, не более 3	В целом, ответы раскрывают суть вопроса	На все вопросы получены исчерпывающие ответы
	10-12	12-15	15-17
Итого	60 - 72	72 - 90	90 - 100

## 7.4.3. Оценивание экзамена

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота ответа, последовательность и логика изложения	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
	5-6	7-8	8-9
Правильность ответа, его соответствие рабочей программе учебной дисциплины	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 3	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 2	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины
	5-6	6-7	8-9
Способность студента аргументировать свой ответ и приводить примеры	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 3 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 2 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены
	5-6	6-7	7-8
Осознанность излагаемого материала	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
	5-6	6-7	7-8
Соответствие нормам культуры речи	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
	5-6	6-7	7-8
Качество ответов на вопросы	Есть замечания к ответам, не более 3	В целом, ответы раскрывают суть вопроса	На все вопросы получены исчерпывающие ответы
	5-6	6-7	7-8
Итого	30 - 36	37 - 43	44 - 50



## 7.5. Итоговая рейтинговая оценка текущей и промежуточной аттестации студента по дисциплине

По учебной дисциплине «Математический анализ» используется 100-балльная рейтинговая система оценивания (50 баллов текущего контроля и 50 баллов промежуточного контроля), итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает экзамен и зачёт. В семестре, где итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает экзамен, в зачетно-экзаменационную ведомость вносится оценка по четырехбалльной системе. Обучающийся, выполнивший не менее 60 % учебных поручений, предусмотренных учебным планом и РПД, допускается к экзамену. Наличие невыполненных учебных поручений может быть основанием для дополнительных вопросов по дисциплине в ходе промежуточной аттестации. Оценка на экзамене – 30-50 баллов, которые суммируются с баллами семестра, после чего выводится общий результат. В итоге обучающийся, получивший не менее 60 баллов, считается аттестованным.

В семестре, где итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает зачет, зачет выставляется во время последнего практического занятия при условии выполнения не менее 60% учебных поручений, предусмотренных учебным планом и РПД. Наличие невыполненных учебных поручений может быть основанием для дополнительных вопросов по дисциплине в ходе промежуточной аттестации. Во всех остальных случаях зачет сдается обучающимися в даты, назначенные преподавателем в период соответствующий промежуточной аттестации.

Итоговая рейтинговая оценка  $R$  академической успешности студента по дисциплине определяется по формуле:

$$R = \sum_i^n T_i + \mathcal{E}, \text{ где}$$

$T_i$  – рейтинговая оценка студента по всем формам текущего контроля;

$\mathcal{E}$  – рейтинговая оценка студента по результатам экзамена (зачета).

### *Шкала оценивания текущей и промежуточной аттестации студента*

Уровни формирования компетенции	Сумма баллов по всем формам контроля	Оценка по четырехбалльной шкале	
		для экзамена	для зачёта
Высокий	90-100	отлично	зачтено
Достаточный	74-89	хорошо	
Базовый	60-73	удовлетворительно	
Компетенция не сформирована	0-59	неудовлетворительно	не зачтено

**Рейтинговая оценка текущего контроля за 1 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
контрольная работа	60 - 72	72 - 90	90 - 100
Общая сумма баллов	60 - 72	72 - 90	90 - 100

**Рейтинговая оценка промежуточного контроля за 1 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Зачет	60 - 72	72 - 90	90 - 100

**Рейтинговая оценка текущего контроля за 2 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
контрольная работа	30 - 36	36 - 45	45 - 50
Общая сумма баллов	30 - 36	36 - 45	45 - 50

**Рейтинговая оценка промежуточного контроля за 2 семестр для студентов ОФО**

Форма контроля	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Экзамен	30 - 36	37 - 43	44 - 50

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)****Основная литература.**

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-метод пособие, др.)	Кол-во в библи.
1.	Протасов, Ю. М. Математический анализ : учеб.пособие / Ю. М. Протасов. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2017. - 164 с.		<a href="https://e.lanbook.com/book/99976">https://e.lanbook.com/book/99976</a>

2.	Введение в курс математики. Математический анализ: учебное пособие / составитель Л. Г. Недре. - Пермь : ПГГПУ, 2016. - 20 с.	Практикумы, лабораторные работы, сборники задач и упражнений	<a href="https://e.lanbook.com/book/129531">https://e.lanbook.com/book/129531</a>
3.	Латышева Л. П. Математический анализ [Электронный ресурс] : практикум. - Пермь: ПГГПУ, 2016. - 42 с.	практикум	<a href="https://e.lanbook.com/book/129522">https://e.lanbook.com/book/129522</a>

### Дополнительная литература.

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-метод пособие, др.)	Кол-во в библи.
1.	Латышева Л.П. Математический анализ: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2016 г.	практикум	<a href="http://www.iprbbookshop.ru/86364">http://www.iprbbookshop.ru/86364</a>
2.	Введение в курс математики. Математический анализ [Электронный ресурс] : практикум. - Пермь: ПГГПУ, 2016. - 20 с.	практикум	<a href="https://e.lanbook.com/book/129531">https://e.lanbook.com/book/129531</a>
3.	Чушева, Н. А. Введение в математический анализ : учебное пособие / Н. А. Чушева. - Кемерово : КемГУ, 2015. - 112 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/80053">https://e.lanbook.com/book/80053</a>

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

- 1.Поисковые системы: <http://www.rambler.ru>, <http://yandex.ru>,
- 2.Федеральный образовательный портал [www.edu.ru](http://www.edu.ru).
- 3.Российская государственная библиотека <http://www.rsl.ru/ru>
- 4.Государственная публичная научно-техническая библиотека России URL: <http://gpntb.ru>.
- 5.Государственное бюджетное учреждение культуры Республики Крым «Крымская республиканская универсальная научная библиотека» <http://franco.crimealib.ru/>
- 6.Педагогическая библиотека <http://www.pedlib.ru/>
- 7.Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (РИНЦ) <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

### **Общие рекомендации по самостоятельной работе бакалавров**

Подготовка современного бакалавра предполагает, что в стенах университета он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы.

Самостоятельная работа формирует творческую активность бакалавров, представление о своих научных и социальных возможностях, способность вычленять главное, совершенствует приемы обобщенного мышления, предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем, определенных программой.

Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются: самоподготовка по отдельным вопросам; работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к контрольной работе; подготовка к зачету; подготовка к экзамену.

Важной частью самостоятельной работы является чтение учебной литературы. Основная функция учебников – ориентировать в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. Учебник также служит путеводителем по многочисленным произведениям, ориентируя в именах авторов, специализирующихся на определённых научных направлениях, в названиях их основных трудов. Вторая функция учебника в том, что он очерчивает некий круг обязательных знаний по предмету, не претендуя на глубокое их раскрытие.

Чтение рекомендованной литературы – это та главная часть системы самостоятельной учебы бакалавра, которая обеспечивает подлинное усвоение науки. Читать эту литературу нужно по принципу: «идея, теория, метод в одной, в другой и т.д. книгах».

Во всех случаях рекомендуется рассмотрение теоретических вопросов не менее чем по трем источникам. Изучение проблемы по разным источникам – залог глубокого усвоения науки. Именно этот блок, наряду с выполнением практических заданий является ведущим в структуре самостоятельной работы студентов.

Вниманию бакалавров предлагаются список литературы, вопросы к самостоятельному изучению и вопросы к зачету и экзамену.

Для успешного овладения дисциплиной необходимо выполнять следующие требования:

- 1) выполнять все определенные программой виды работ;
- 2) посещать занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и, зачастую, самостоятельного теоретического овладения пропущенным материалом недостаточно для качественного его усвоения;
- 3) все рассматриваемые на занятиях вопросы обязательно фиксировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 4) проявлять активность при подготовке и на занятиях, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому бакалавру;
- 5) в случаях пропуска занятий по каким-либо причинам обязательно отрабатывать пропущенное преподавателю во время индивидуальных

Внеурочная деятельность бакалавра по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение практических заданий;
- выработку умений научной организации труда.

Успешная организация времени по усвоению данной дисциплины во многом зависит от наличия у бакалавра умения самоорганизовать себя и своё время для выполнения предложенных домашних заданий. Объём заданий рассчитан максимально на 2-3 часа в неделю. При этом алгоритм подготовки будет следующим:

- 1 этап – поиск в литературе теоретической информации по предложенным преподавателем вопросам;
- 2 этап – осмысление полученной информации, освоение терминов и понятий;
- 3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос;
- 4 этап – поиск примеров по данной проблематике.

## **Работа с базовым конспектом**

Программой дисциплины предусмотрено чтение лекций в различных формах их проведения: проблемные лекции с элементами эвристической беседы, информационные лекции, лекции с опорным конспектированием, лекции-визуализации.

На лекциях преподаватель рассматривает вопросы программы курса, составленной в соответствии с государственным образовательным стандартом. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу.

Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям.

Во время самостоятельной проработки лекционного материала особое внимание следует уделять возникшим вопросам, непонятным терминам, спорным точкам зрения. Все такие моменты следует выделить или выписать отдельно для дальнейшего обсуждения на практическом занятии. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией. Полный список литературы по дисциплине приведен в рабочей программе дисциплины.

## **Подготовка к зачету**

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений, компетенций, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины. Обычный зачет отличается от экзамена только тем, что преподаватель не дифференцирует баллы, которые он выставляет по его итогам.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра, а не за несколько дней до его проведения.

Подготовка включает следующие действия. Прежде всего нужно перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра. Затем надо соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету. Если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуется делать краткие записи. Речь идет не о шпаргалке, а о формировании в сознании четкой логической схемы ответа на вопрос. Накануне зачета необходимо повторить ответы, не заглядывая в записи. Время на подготовку к зачету по нормативам университета составляет не менее 4 часов.

## Подготовка к экзамену

Экзамен является традиционной формой проверки знаний, умений, компетенций, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины. В случае проведения экзамена студент получает баллы, отражающие уровень его знаний.

Правила подготовки к экзаменам:

- Лучше сразу сориентироваться во всем материале и обязательно расположить весь материал согласно экзаменационным вопросам.
- Сама подготовка связана не только с «запоминанием». Подготовка также предполагает и переосмысление материала, и даже рассмотрение альтернативных идей.
- Сначала студент должен продемонстрировать, что он «усвоил» все, что требуется по программе обучения (или по программе данного преподавателя), и лишь после этого он вправе высказать иные, желательно аргументированные точки зрения.

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости))**

Информационные технологии применяются в следующих направлениях:  
оформление письменных работ выполняется с использованием текстового редактора;

демонстрация компьютерных материалов с использованием мультимедийных технологий;

использование информационно-справочного обеспечения, такого как: правовые справочные системы (Консультант+ и др.), онлайн словари, справочники (Грамота.ру, Интуит.ру, Википедия и др.), научные публикации.

использование специализированных справочных систем (электронных учебников, справочников, коллекций иллюстраций и фотоизображений, фотобанков, профессиональных социальных сетей и др.).

OpenOffice Ссылка: <http://www.openoffice.org/ru/>

Mozilla Firefox Ссылка: <https://www.mozilla.org/ru/firefox/new/>

Libre Office Ссылка: <https://ru.libreoffice.org/>

Do PDF Ссылка: <http://www.dopdf.com/ru/>

7-zip Ссылка: <https://www.7-zip.org/>

Free Commander Ссылка: <https://freecommander.com/ru>

be Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>

Gimp (графический редактор) Ссылка: <https://www.gimp.org/>

ImageMagick (графический редактор) Ссылка:  
<https://imagemagick.org/script/index.php>  
VirtualBox Ссылка: <https://www.virtualbox.org/>  
Adobe Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>  
Операционная система Windows 8.1 Лицензионная версия по договору №471\1 от 11.12.2014 г.  
Электронно-библиотечная система Библиокомплектатор  
Национальна электронная библиотека - федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская государственная библиотека» (ФГБУ «РГБ»)  
Редакция Базы данных «ПОЛПРЕД Справочники»  
Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

-учебная аудитория с видеопроjectionным оборудованием и экраном для демонстрации презентаций в ходе проведения лекционных и практических занятий, а также учебная аудитория с компьютерами с выходом в сеть Интернет (для самостоятельной работы обучающихся)



Примерные задания для контрольной работы

**Контрольная работа №1.**

Задание 1.

Вычислить предел последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+3} - \sqrt{n-1})$ .

Задание 2.

Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 1}{16x}$

Задание №3.

Вычислить производную функции  $y = x^5 \cdot \operatorname{tg} x$

Задание №4.

Найти дифференциал функции  $f(x) = \cos 5x$ .

Задание №5.

Найти максимумы и минимумы функции  $y = \frac{4x}{x^2+4}$ .

**Контрольная работа №2.**

Задание 1.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int (2\cos x + 7e^x) dx$ .

Задание 2.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int \frac{2x-3}{x^2-3x-10} dx$ .

Задание №3.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int \sin^2 x dx$ .

Задание №4.

Вычислить определенный интеграл  $\int_0^2 e^x dx$ .

Задание №5.

Вычислить неопределенный интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} \cdot e^{-\frac{1}{x}} dx$ .

**Контрольная работа №3 по математическому анализу.**

Задание 1.

Вычислить  $z'_x$ , если  $z(x, y) = 5x + x^2 y^4$ .

Задание 2.

Вычислить  $z'''_{xxx}$ , если  $z(x, y) = 3x^5 + x^2 + 4xy$ .

Задание №3.

Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл:

$\iint_{(D)} \frac{\sin \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ , если область (D) ограничена линиями

$$x^2 + y^2 = \frac{\pi^2}{9}, x^2 + y^2 = \pi^2.$$

Задание №4.

Решить дифференциальное уравнение  $y' = \cos x$ .

Задание №5.

Найти экстремумы функции  $z = z(x, y)$ , если  $z = x^2 + 4x + y^2 + 2y + 10$ .